

Испит из Математике 3, Б смер - 20.6.2024.

1. Испитати условну и апсолутну конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \binom{3n}{n}^p \frac{(x-1)^n}{(2n+1)n^q}$ у зависности од реалних параметара p и q .
Сумирати ред за $p = x = 0$ и $q = 2$.

2. Функцију задату са

$$f_h(x) = \begin{cases} \cos x, & x \in (-\pi, h]; \\ 0, & x \in (h, \pi). \end{cases}$$

за $0 < h \leq \pi$ и 2π -периодично продужену, развити у Фуријеов ред и наћи суме редова

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{4n^2 - 1}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(nh) \sin((n+1)h)}{n(n+1)}.$$

3. У зависности од $a \in \mathbb{R}$ решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} y_1' &= 3y_1 + y_2 - \sin x, \\ y_2' &= y_1 + 3y_2 + y_3 - 16 \sin x, \\ y_3' &= ay_3. \end{aligned}$$

па за $a = 2$ наћи оно Кошијево решење које задовољава $y_1(0) = 0$, $y_2(0) = 0$, $y_3(0) = -2$.

4. Решити Кошијев проблем квазилинеарне парцијалне диференцијалне једначине

$$\begin{aligned} x(y^2 - z^2)z'_x + y(z^2 + x^2)z'_y &= z(x^2 + y^2), \\ z(x, x) &= x. \end{aligned}$$

Испит из Математике 3, Б смер - 20.6.2024.

1. Испитати условну и апсолутну конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \binom{3n}{n}^p \frac{(x-1)^n}{(2n+1)n^q}$ у зависности од реалних параметара p и q .
Сумирати ред за $p = x = 0$ и $q = 2$.

2. Функцију задату са

$$f_h(x) = \begin{cases} \cos x, & x \in (-\pi, h]; \\ 0, & x \in (h, \pi). \end{cases}$$

за $0 < h \leq \pi$ и 2π -периодично продужену, развити у Фуријеов ред и наћи суме редова

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{4n^2 - 1}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(nh) \sin((n+1)h)}{n(n+1)}.$$

3. У зависности од $a \in \mathbb{R}$ решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} y_1' &= 3y_1 + y_2 - \sin x, \\ y_2' &= y_1 + 3y_2 + y_3 - 16 \sin x, \\ y_3' &= ay_3. \end{aligned}$$

па за $a = 2$ наћи оно Кошијево решење које задовољава $y_1(0) = 0$, $y_2(0) = 0$, $y_3(0) = -2$.

4. Решити Кошијев проблем квазилинеарне парцијалне диференцијалне једначине

$$\begin{aligned} x(y^2 - z^2)z'_x + y(z^2 + x^2)z'_y &= z(x^2 + y^2), \\ z(x, x) &= x. \end{aligned}$$