

Једанаести практикум из Анализе 1

Златко Лазовић

13. децембар 2016.

1. а) Доказати да важи асимптотска формула

$$(1+x)^{1+x} = 1+x+x^2+o(x^2), \quad x \rightarrow 0.$$

- б) У зависности од реалног параметра α одредити

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln \left(\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{1+\frac{1}{n}} - \sin \frac{1}{n} \right)}{n^\alpha}.$$

2. Испитати непрекидност функције $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1 + |x|^n + \left(\frac{x}{2}\right)^{2n}}$.

3. Доказати да функција $f(x) = 5x \ln \operatorname{tg} x + x - 5$ има бар једну реалну нулу.

4. У зависности од реалног параметра α , одредити

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\cos \left(\frac{n^2 + 4n + 2}{n^3 + 3n^2} \right) + \frac{1}{2n^2} \right)^{n^\alpha}.$$

5. Наћи константе a, b, c тако да функција

$$f(x) = \begin{cases} a \frac{\sqrt{\sin x^2 - x^3}}{x^b}, & x < 0; \\ c, & x = 0 \\ x^{x^2}, & x > 0 \end{cases}$$

буде непрекидна на $\mathbb{R}$. Да ли је функција $f(x)$ инјективна на $[1, +\infty)$?