



Универзитет у Београду
Математички факултет

ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Б (ЗР, 4Р)

ЈУН 1 - 4. јул 2026. године

1. Нека је (X_n) низ случајних величина такав да за сваки природан број n важи да је $EX_n = \mu$ и $DX_n \leq C$, где су константе μ и C такве да $\mu \in \mathbb{R}$ и $C > 0$. Ако за свако i и j ($i \neq j$) важи да је

$$|\text{cov}(X_i, X_j)| \leq \frac{C}{2^{|i-j|}},$$

доказати да за низ (X_n) важи слаби закон великих бројева.

2. Обележје X има степену расподелу с густином $f(x; \theta) = \theta x^{\theta-1}$, $x \in (0, 1)$, где је $\theta > 0$ непознати параметар. На основу узорка обима n оценити θ методом максималне веродостојности, а затим испитати непристрасност и постојаност добијене оцене.
3. У банци се пореде просечна времена обраде кредитних захтева у старом и новом информационом систему. На узорку од 12 захтева обрађених у старом систему добијено је просечно време од 18.6 минута и узорачка дисперзија 1.44, док је на узорку од 11 захтева обрађених у новом систему просечно време износило 17.8 минута, а узорачка дисперзија 1.21. Претпоставља се да су времена обраде нормално расподељена и да имају једнаке дисперзије. Са прагом значајности 0.05 тестирати хипотезу да су средње вредности времена обраде кредитних захтева у старом и новом информационом систему једнаке против алтернативе да нови систем смањује просечно време обраде кредитних захтева.

$$X \in \mathcal{N}(0, 1) : \Phi^{-1}(0.90) = 1.282, \Phi^{-1}(0.95) = 1.645, \Phi^{-1}(0.975) = 1.960, \Phi^{-1}(0.99) = 2.326$$

$$X \in \chi_{10}^2 : F^{-1}(0.05) = 3.940, F^{-1}(0.85) = 14.534, F^{-1}(0.90) = 15.987, F^{-1}(0.95) = 18.307$$

$$X \in \chi_{11}^2 : F^{-1}(0.05) = 4.575, F^{-1}(0.85) = 15.767, F^{-1}(0.90) = 17.275, F^{-1}(0.95) = 19.675$$

$$X \in \chi_{21}^2 : F^{-1}(0.05) = 11.591, F^{-1}(0.85) = 27.662, F^{-1}(0.90) = 29.615, F^{-1}(0.95) = 32.671$$

$$X \in t_{10} : F^{-1}(0.80) = 0.879, F^{-1}(0.85) = 1.093, F^{-1}(0.90) = 1.372, F^{-1}(0.95) = 1.812$$

$$X \in t_{11} : F^{-1}(0.80) = 0.876, F^{-1}(0.85) = 1.088, F^{-1}(0.90) = 1.363, F^{-1}(0.95) = 1.796$$

$$X \in t_{21} : F^{-1}(0.80) = 0.859, F^{-1}(0.85) = 1.063, F^{-1}(0.90) = 1.323, F^{-1}(0.95) = 1.721$$

$$X \in t_{22} : F^{-1}(0.80) = 0.858, F^{-1}(0.85) = 1.061, F^{-1}(0.90) = 1.321, F^{-1}(0.95) = 1.717$$

$$X \in t_{23} : F^{-1}(0.80) = 0.858, F^{-1}(0.85) = 1.060, F^{-1}(0.90) = 1.319, F^{-1}(0.95) = 1.714$$