



Универзитет у Београду
Математички факултет

БЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Б (4МНЛ)

СЕПТЕМБАР 2 - 22. септембар 2026. године

1. Општи чланови X_n и Y_n два међусобно независна низа независних случајних величина имају карактеристичне функције дате са

$$\varphi_{X_n}(t) = \frac{3}{10} + \frac{2}{5} \cos t + \frac{3}{10} \cos 2t - \frac{i}{5} \sin t + \frac{i}{10} \sin 2t,$$

и

$$\varphi_{Y_n}(t) = \frac{2}{3 - e^{it}},$$

за $t \in \mathbb{R}$. Ако је

$$Z_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=1}^n X_k Y_k,$$

испитати конвергенцију у расподели низа случајних величина (Z_n) .

2. За густину расподеле обележја X важи да је

$$f(x; \theta) = \frac{2x}{\theta} e^{-\frac{x^2}{\theta}}, \quad x \geq 0, \theta > 0.$$

За оцену непознатог параметра θ на основу узорка обима n предложена је оцена T , где је $T = k\hat{\theta}$ и $\hat{\theta}$ оцена за θ добијена методом максималне веродостојности. Одредити k тако да T буде непристрасна оцена, а затим испитати постојаност те оцене.

3. У лабораторији се пореде два система за аутоматско читавање регистарских таблица, A и B . За оба система посматра се грешка читавања, мерена у пикселима, и претпоставља се да су грешке нормално расподељене са дисперзијама σ_A^2 и σ_B^2 , редом. Извучени су независни узорци обима 13 и 11 и добијено је да за узорачке дисперзије важи да је $\bar{s}_{13}^2(A) = 5.76$ и $\bar{s}_{11}^2(B) = 3.24$. Одредити 98% интервал поверења за релативни удео варијабилности једног система ρ , где је

$$\rho = \frac{\sigma_A^2}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}.$$