



Универзитет у Београду
Математички факултет

ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Б (4МНЛ)

СЕПТЕМБАР 1 - 4. септембар 2026. године

1. За карактеристичну функцију општег члана X_n низа независних случајних величина важи да је

$$\varphi_{X_n}(t) = \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) e^{it} + \frac{1}{n^2} e^{it} \cos(nt),$$

док општи члан Y_n низа независних случајних величина има униформну $\mathcal{U}\left[0, \frac{1}{n^2}\right]$ расподелу. Ако су за сваки природан број n случајне величине X_n и Y_n независне, испитати све четири врсте конвергенције низа случајних величина (Z_n) , где је

$$Z_n = \frac{X_n - 1}{n} + Y_n.$$

2. Време које је потребно кандидатима да попуне електронски формулар има нормалну расподелу. Изабрано је 16 кандидата на случајан начин и за сваког од њих измерено је време потребно за попуњавање формулара. Добијени су следећи подаци:

време (мин)	[30, 40)	[40, 50)	[50, 60)	[60, 70)	[70, 80)	[80, 90)
број кандидата	1	3	5	4	2	1

На основу овог узорка, одредити 90% интервал поверења за просечно време попуњавања формулара свих кандидата, тако да је вероватноћа да просечно време попуњавања формулара свих кандидата буде мање од доње границе интервала поверења једнака вероватноћи да то просечно време буде веће од горње границе интервала поверења.

3. Нека је хипотеза H_0 да обележје X има нормалну $\mathcal{N}(0, 1)$ расподелу, а хипотеза H_1 да обележје X има нормалну $\mathcal{N}(0, 4)$ расподелу. На основу узорка (X_1, X_2, X_3, X_4) треба се одредити за једну од ове две хипотезе. Предложена су два теста са критичним областима W_1 и W_2 , где је

$$W_1 = \left\{ (x_1, x_2, x_3, x_4) : \sum_{i=1}^4 x_i^2 \geq k_1 \right\},$$

а

$$W_2 = \{ (x_1, x_2, x_3, x_4) : |x_1 + x_2 + x_3 + x_4| \geq k_2 \}.$$

Оба теста имају исти праг значајности α , где је $\alpha = 0.05$. Одредити константе k_1 и k_2 , а затим испитати који од ова два теста је бољи.