

Име и презиме: _____

Максималан број поена је 5. У угластим заградама су наведени поени.

ЗАДАТАК 1. Дата је формална теорија $\mathcal{F} = (\Sigma, \text{For}, \text{Ax}, \mathcal{P})$, при чему је:

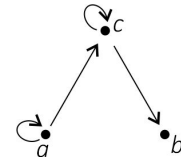
- $\Sigma = \{a, \sim\}$
- $\text{For} = \{a^m \sim a^n \mid m, n = 1, 2, \dots\}$
- $\text{Ax} = \{a \sim a^4, a \sim a^2\}$
- $\mathcal{P}$ чине три правила извођења:

$$(A) : \frac{a^m \sim a^n}{a^n \sim a^m} \quad (B) : \frac{a^m \sim a^n}{a^{m+1} \sim a^{n+1}} \quad (C) : \frac{a^k \sim a^m \quad a^m \sim a^n}{a^k \sim a^n}.$$

Доказати $\vdash_{\mathcal{F}} a^3 \sim a^5$.

[1 поен]

ЗАДАТАК 2. Над универзумом који чине три објекта a , b и c , задат је бинарни предикат: $E(x, y)$ — 'из x иде стрелица ка y '.



(а) Написати формулу $\alpha(x)$ која ће бити тачна када променљива x добије вредност a или b , а нетачна за c .

[0.5 поена]

(б) Одредити истинитосну вредност реченице, заокруживањем одговора:

[0.25 поена] Реченица $\forall y \exists x E(x, y) \Rightarrow \forall y \exists x E(y, x)$ је: ТАЧНА НЕТАЧНА

[0.25 поена] Реченица $\forall x (E(x, x) \Rightarrow \exists y E(x, y))$ је: ТАЧНА НЕТАЧНА

ЗАДАТАК 3. Одредити конјунктивну нормалну форму (КНФ) формуле $p \wedge q \Rightarrow \neg(\neg q \Rightarrow r)$.
[1 поен]

ЗАДАТАК 4. Доказати $p \Rightarrow q, r \Rightarrow s \vdash p \vee r \Rightarrow q \vee s$ користећи само основна правила природне дедукције.

$\frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha} (\wedge_E)$	$\frac{\alpha \wedge \beta}{\beta} (\wedge_D)$	$\frac{\alpha \quad \beta}{\alpha \wedge \beta} (\wedge_U)$	$\frac{\alpha}{\alpha \vee \beta} (\vee_L)$	$\frac{\beta}{\alpha \vee \beta} (\vee_D)$
$\frac{\alpha \vee \beta \quad \begin{array}{c c} \alpha & \beta \\ \vdots & \vdots \\ \gamma & \gamma \end{array}}{\gamma} (\vee_E)$	$\frac{\alpha \quad \alpha \Rightarrow \beta}{\beta} (\Rightarrow_E)$	$\frac{\begin{array}{c c} \alpha & \\ \vdots & \\ \beta & \end{array}}{\alpha \Rightarrow \beta} (\Rightarrow_U)$	$\frac{\alpha \quad \neg \alpha}{\perp} (\neg_E)$	$\frac{\begin{array}{c c} \alpha & \neg \alpha \\ \vdots & \vdots \\ \perp & \perp \end{array}}{\neg \alpha} (\neg_U)$
				$\frac{\begin{array}{c c} \alpha & \neg \alpha \\ \vdots & \vdots \\ \perp & \perp \end{array}}{\alpha} (\perp_C)$

[2 поена]