

Увод у вероватноћу - списак задатака

1. Особа X заборавила је последње две цифре телефонског броја који би требало да позове и једино чега се сећа јесте да су те две цифре различите. Колико постоји могућих комбинација од којих особа треба да одабере једну?
2. Власници су довели пет паса различитих раса (лабрадор, теријер, бернардинац, пудлица, ротвајлер) на изложбу паса. Колико има различитих начина да се пси поређају у врсту, тако да се између теријера и пудлице нађе тачно један од преосталих паса?
3. У посуди се налази пет белих и седам црвених куглица. На случајан начин извлачи се осам куглица. Колико је могућих начина да се извуче осам куглица, а колико да су тачно две извучене куглице беле боје?
4. Колико се различитих речи може направити помоћу слова: А, А, А, Е, И, К, М, М, Т, Т (под речју се подразумева било који низ слова)?
5. Дванаест истих лопти се на случајан начин распоређује у шест различитих кутија. На колико начина се то може урадити?
6. На случајан начин се 30 истих папира распоређује у 8 различитих фасцикли. Претпоставља се да у сваку фасциклу може стати произвољно много папира. Колико има могућих распореда папира, тако да:
 - а) се у свакој фасцикли налазе бар три папира?
 - б) су тачно три фасцикле остале празне?
7. Хомогена коцкица за игру баца се три пута заредом. Колико има различитих комбинација тако да је у сваком бацању добијен број већи него у претходном?
8. У ормару се налази 10 пари ципела. Колико има различитих одабира четири ципеле, тако да је међу одабраним ципелама бар један пар?
9. У биоскопу, у истом реду који броји $m + n$ места за седење на случајан начин распоређује се m мушкараца и n жена. На колико начина се могу распоредити? На колико начина се могу распоредити тако да све жене седе једна поред друге?
10. Описати простор исхода и наведене догађаје:
 - а) бацање хомогене коцкице за игру, чије су стране нумерисане бројевима од 1 до 6;
 - б) бацање регуларног новчића;
 - в) бацање новчића два пута (илустрација - висхе нацхина на који се могу регистровати исходи овог експеримента);
 - г) коцкица се баца прво једанпут; ако је пао број мањи од три, коцкица се баца још једанпут;
 - д) новчић се баца три пута; догађаји: A - пала су тачно два писма, B - пала су бар два писма, C - у сва три бацања пала је иста страна;
 - ђ) коцкица се баца два пута; догађаји: A - пала је бар једна шестица, B - збир палих бројева мањи је од пет, C - у првом бацању пао је мањи број него у другом.
11. Регуларни новчић баца се три пута. Нека је A_i догађај да је у i - том бацању пало писмо, $i = 1, 2, 3$. Коришћењем скуповних операција изразити преко A_1, A_2, A_3 следеће догађаје:

A – пало је бар једно писмо,

B – није пало ниједно писмо,
 C – пало је тачно једно писмо,
 D – пала су тачно два писма,
 E – у сва три бацања пало је писмо.

12. Из скупа $X = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ на случајан начин бира се један број. Нека је Ω одговарајући простор исхода и нека су дати следећи догађаји:

A – изабрани број је мањи од седам,
 B – изабрани број је већи или једнак шест,
 C – изабрани број је паран,
 D – изабрани број је непаран.

Описати, а потом и израчунати вероватноће догађаја:

$AB, A \cap (B \cup D), \overline{AB}, \overline{AC}, \overline{(A \cup D)}, \overline{(A \cup B \cup C)}, ABC, ABCD.$

13. Регуларни новчић баца се три пута. Израчунати вероватноћу догађаја да су пала тачно два писма.
14. Случајно је изабран двоцифрен број. Израчунати вероватноћу да су обе цифре у запису тог броја непарне.
15. Четири картице нумерисане бројевима 1, 2, 3, 4 на случајан начин поређане су у низ. Израчунати вероватноће догађаја:
- A – јединица стоји на првом месту,
 B – на прва два места стоје цифре један и два, у произвољном редоследу,
 C – цифре један и два су суседне.
16. Хексаедар чије су све стране обојене расечен је на 1000 мањих хексаедара истих димензија. Добијени хексаедри затим су стављени у кутију и измешани. Израчунати вероватноћу да случајно изабран хексаедар има тачно једну обојену страну.
17. Коцкица за игру баца се три пута. Одредити који је догађај вероватнији: да је збир палих бројева једнак 11 или да је једнак 12. (парадокс де Мере-а)
18. Бројеви $1, 2, \dots, n$ ($n \geq 3$) су поређани у низ на случајан начин. Одредити вероватноће догађаја:
- A – тројка је на првом месту,
 B – тројка је на другом месту.
- Затим, описати догађај $A \cup B$ и израчунати му вероватноћу.
19. Нека је $K = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Израчунати вероватноћу да је случајно изабрана матрица $M \in M_n(K)$ симетрична.
20. Коцкица се баца док збир регистрованих бројева не постане већи од три. Одредити простор елементарних исхода и њихове вероватноће. Одредити вероватноћу догађаја:
- A – биће изведена више од два бацања.
21. У кутији су четири листића нумерисана бројевима 1, 2, 3, 4. Листићи се извлаче са враћањем све до појаве листића са непарним бројем. Одредити простор исхода.

22. Новчић се баца до појаве писма. Одредити простор исхода и вероватноће догађаја:
 A – биће изведено највише пет бацања,
 B – биће изведен паран број бацања.
23. Коцкица се баца до појаве шестике. Одредити вероватноћу догађаја:
 A – до завршетка експеримента неће се појавити петица.
24. Коцкица се баца n пута. Одредити вероватноће догађаја:
 A – није пала четворка,
 B – није пала двојка,
 C – нису пале ни четворка, ни двојка,
 D – није пала четворка или није пала двојка,
 E – појавило се свих шест страна коцкице.
25. При доласку на састанак клуба сваки од n присутних чланова клуба оставио је свој шешир у гардероби. По завршеном састанку шешири су им подељени на случајан начин, сваком члану по један шешир. Претпоставља се да су све могуће поделе шешира једнако вероватне. Одредити вероватноће догађаја:
 а) B_0 – ниједно лице није добило свој шешир
 б) B_k – тачно k лица добило је свој шешир $1 \leq k \leq n$.
26. У неку школу иде укупно 400 ученика. Фудбал игра њих 180, кошарку 130, рукомет 100, фудбал и кошарку њих 40, фудбал и рукомет 30, кошарку и рукомет 20, а сва три спорта њих 10. Израчунати вероватноћу да се случајно одабрани ученик бави:
 а) бар једним од поменутих спортова
 б) само једним од поменутих спортова
 в) са барем два од поменута три спорта.
27. Коцкица за игру се баца два пута. Израчунати вероватноћу да је збир палих бројева паран, ако је у оба бацања пао број већи од три.
28. Ђак ради пробни тест, који траје најдуже један сат. Вероватноћа да ће ђак завршити израду теста за мање од x минута једнака је $\frac{x}{120}$, $0 \leq x \leq 60$. Ако се зна да ђак још увек ради након 45 минута од почетка теста, израчунати вероватноћу да ће радити све до истека времена, тј. да ће рад предати после целог сата од почетка теста.
29. У ред са 10 седишта на случајан начин седају три особе. Израчунати вероватноћу да ће особа Y сести између особа U и V , ако се зна да су особе U и V у свађи те да зато не седе једна поред друге.
30. Студенту је на усменом испиту повољно 25 од 30 цедуљица. Приликом полагања он прво на случајан начин извуче две цедуљице и уколико су обе повољне он ће положити испит. Ако је само једна повољна студент извлачи трећу цедуљицу и положиће испит, уколико извуче повољну. Одредити која је ситуација вероватнија: да студент положи испит или да га не положи.
31. Човек стоји пред вратима и има свежањ од n кључева, од којих само један отвара врата. Одредити вероватноћу да ће му за отварање врата бити потребно тачно k покушаја, $1 \leq k \leq n$ ако сваки пут кључ бира на случајан начин и то:

- а) без враћања у свежањ,
 б) са враћањем у свежањ.
32. У кутији се налазе по три беле и црне куглице нумерисане цифрама 1, 2, 3. Из кутије се на случајан начин бира једна куглица. Нека је A догађај да је изабрана куглица означена са 1 или 2, а B догађај да је изабрана куглица беле боје. Испитати независност догађаја A и B .
33. Нека су $A, B, C \in \mathcal{A}$ независни догађаји. Показати да су тада независни и догађаји:
- а) A и $\overline{B}$,
 б) $\overline{A}$ и $\overline{B}$,
 в) $A \setminus B$ и C .
34. Стране прве хомогене коцке нумерисане су бројевима 1, 1, 1, 1, 4, 4, а стране друге бројевима 2, 2, 5, 5, 5, 5. Обе коцке бацају се истовремено. Одредити простор исхода Ω и вероватноће p_k које је природно придружити исходима ω_k , за свако одговарајуће k као и вероватноћу догађаја:
 A – на првој коцки пао је број мањи него на другој.
35. Неисправан новчић баца се два пута. У сваком појединачном бацању вероватноћа појаве писма је p , а вероватноћа појаве главе q , с тим што је $p + q = 1, p, q \geq 0$. Одредити простор исхода и вероватноће догађаја:
 A – у првом бацању је пало писмо,
 B – у првом бацању је пала глава.
36. У некој фабрици 30% производње се дешава на првој машини, 25% на другој машини и остало на трећој. На првој машини појављује се 1% шкарта, на другој 1.2%, а на трећој 2% шкарта. Израчунати вероватноћу да случајно одабрани производ не буде шкарт.
37. Дате су две кутије обележене са I , односно II . У свакој од њих налази се по n куглица, од којих је m црвене боје ($m \leq n$), а остале су зелене. Из кутије I се на случајан начин бира једна куглица и ставља у другу кутију. Затим се из кутије II бира једна куглица на случајан начин. Одредити вероватноћу да последња изабрана куглица буде црвена.
38. У једној чинији налази се једна коцкица беле чоколаде и три коцкице црне чоколаде, а у другој чинији по две коцкице беле и црне чоколаде. Дечак зажмури и на случајан начин изабере одједном по две коцкице из сваке чиније. Држећи све изабране коцкице у руци он на случајан начин одабере једну коју одмах поједе. Израчунати вероватноћу да је то коцкица беле чоколаде.
39. Кутија садржи k куглица од којих неке могу бити беле боје. Све претпоставке о броју белих куглица су једнако вероватне. У кутију се убади једна бела куглица и, потом, на случајан начин извлачи једна куглица. Одредити вероватноћу да буде извучена куглица беле боје.
40. Познато је да су 5% особа мушког пола и 0.25% особа женског пола далтонисти. Из скупа људи који садржи једнак број мушкараца и жена на случајан начин одабрано је једно лице. Ако је изабран далтониста, израчунати вероватноћу да је одабран мушкарац.
41. Одређеним комуникационим каналом преносе се цифре 0 и 1, при чему је познато да се 1 шаље у 60% случајева, а 0 у осталих 40% случајева. Услед статичких сметњи 10% послатих цифара се погрешно прими на излазу из канала. Ако је на излазу примљена цифра 1 израчунати вероватноћу да је она и послата.

42. Комплет од 32 карте за игру подељен је на два нова комплета од по 16 карата, тако да се у првом налазе три, а у другом пет пикова. На случајан начин бира се један од тих комплета, а затим се из њега бирају три карте, једна за другом, без враћања. Ако су прве две изабране карте пикови, израчунати вероватноћу да је и трећа изабрана карта пик.
Напомена: шпил са 32 карте за игру добија се када се из обичног шпила (са 52 карте) уклоне карте са вредностима 2, 3, 4, 5, 6, у сва четири знака.
43. Три стрелца гађају мету независно један од осталих. Први од њих погађа мету са вероватноћом $p_1 = 0.4$, а сваки од остале двојице са вероватноћом $p_2 = 0.6$. Одредити вероватноће догађаја:
- сва три стрелца ће погодити мету;
 - тачно два стрелца ће погодити мету;
 - бар један од стрелаца ће погодити мету.
44. Два играча A и B играју три сета стоног тениса. Победник меча је онај од играча који добије већи број сетова. Сваки сет играч A добија са вероватноћом p , $0 < p < 1$, а играч B са вероватноћом $q = 1 - p$. Одредити вероватноће догађаја:
- сва три сета добија играч A ;
 - меч добија играч A ;
 - победник меча познат је после другог сета.
45. Екипе A, B, C и D такмиче се по следећем систему: прво се екипе на случајан начин деле у парове, затим сваки пар одигра утакмицу, а победници се састају у финалу. Када међусобно играју екипе A и B , или C и D свака побеђује са вероватноћом по $\frac{1}{2}$. Свака од екипа A и B побеђује сваку од екипа C и D са вероватноћом по $\frac{2}{3}$. Резултати различитих утакмица су међусобно независни. Израчунати вероватноћу да ће екипе A и B међусобно одиграти утакмицу.
46. У кутији се налазе три куглице од којих свака може бити беле или црне боје (све претпоставке о броју белих куглица су једнако вероватне). Из кутије се четири пута са враћањем бира куглица. Одредити највероватнији састав кутије, ако се зна да је извучена једна црна и три беле куглице.
47. Три хомогене коцкице за игру бацају се истовремено и то се понавља пет пута. Израчунати вероватноћу да се бар једном добију три исте цифре.
48. У кутији се налазе три куглице нумерисане бројевима 1, 2, 3. Из кутије се на случајан начин бирају две куглице, једна по једна са враћањем. Нека је X количник бројева добијених, редом, у првом и другом извлачењу.
- Одредити вредност функције X на свим елементима скупа исхода Ω и одговарајућу расподелу вероватноћа.
 - Израчунати вероватноћу догађаја да случајна величина X постигне целобројну вредност.
49. У цепоу се налазе: два новчића од по динар, два новчића од по два динара и један новчић од пет динара. Извлаче се одједном два новчића. Нека је Y случајна величина која представља укупну вредност извученог новца.
- Одредити расподелу случајне величине Y ; скицирати график њене функције расподеле.

б) Израчунати вероватноће догађаја: $\{Y > 2\}, \{5 < Y^2 < 9\}$.

50. Случајна величина Z има закон расподеле дат са:

$$Z : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ c & 2c & 2c & 3c & c^2 & 2c^2 & 7c^2 + c \end{pmatrix}.$$

а) Одредити вредност константе c .

б) Израчунати вероватноћу догађаја $\{2 \leq Z \leq 5\}$.

в) Одредити најмање $k \in \mathbb{N}$ тако да је $P\{Z \leq k\} \geq 0.5$.

51. У шеширу се налазе четири бела и шест зелених папирѝћа. На случајан начин извлачи се један по један папирѝћ, без враћања, све док се не извуче папирѝћ зелене боје. Нека W представља укупан број извлачења.

а) Одредити функцију расподеле F_W случајне величине W .

б) Израчунати: $F_{2W+1}(5), F_{W^2}(6)$.

52. Хомогена коцкица за игру баца се три пута. Нека је A случајан догађај да је бар један од бројева добијених у ова три бацања већи од четири. Одредити расподелу вероватноћа случајне величине I_A (тј. индикатора догађаја A).

53. У кутији се налази пет белих и три црне куглице. Из кутије се на случајан начин бирају три куглице, једна за другом са враћањем. Нека случајна величина X представља укупан број изабраних белих куглица.

а) Одредити расподелу вероватноћа случајне величине X .

б) Израчунати вероватноћу догађаја $\{X \leq 1\}$.

54. У једном складишту налази се 1500 месинганих свећњака, међу којима је 4% дефектних. На случајан начин одабран је узорак од 20 свећњака. Нека је S случајна величина која представља број дефектних свећњака у одабраном узорку. Одредити расподелу случајне величине S .

55. Стрелац гађа у мету и у сваком гађању вероватноћа поготка износи p , $0 < p < 1$ (претпоставља се да је резултат сваког гађања независан од осталих гађања). Он изводи гађања све док не погоди мету четири пута (не мора заредом). Нека је M укупан број његових гађања. Одредити расподелу случајне величине M .

56. Купац наручује електричне компоненте од произвођача у паковањима од по 10 комада. Он има правило да када стигне испорука компоненти на случајан начин одабере три компоненте из једног паковања и ако су све три исправне задржава паковање, а у супротном га враћа произвођачу. Познато је да 30% паковања садржи по четири неисправне компоненте, а да се у преосталих 70% паковања налази само једна неисправна компонента. Израчунати колико, процентуално гледано, паковања купац врати произвођачу.

57. Број несрећа које се догоде на ауто-путу у току једног дана је случајна величина X са Пуасоновом расподелом, чији је параметар $\lambda = 3$.

а) Израчунати вероватноћу да се јуче на ауто-путу догодило три или више саобраћајних несрећа.

- б) Израчунати вероватноћу догађаја из дела а), ако се још зна да се јуче десила бар једна несрећа на ауто-путу.

58. Заједничка расподела случајних величина X и Y дата је у следећој табlici:

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0.1	0	0.2
1	p	0.3	0.1

- а) Одредити вредност реалног броја p .
- б) Одредити (маргиналну) расподелу вероватноћа за случајну величину X , односно Y .
- в) Испитати да ли су X и Y независне случајне величине.
- г) Одредити расподеле вероватноћа случајних величина: $X + Y$, XY и $X^2 + Y^2$.
59. Изводи се низ независних бацања хомогене коцкице за игру. Нека је U број изведених бацања до (прве) појаве парног броја, а V број бацања до појаве јединице.
- а) Одредити заједничку расподелу случајног вектора (U, V) .
- б) Израчунати вероватноћу догађаја да случајна величина U узме већу вредност од случајне величине V .
60. Регуларни новчић баца се четири пута заредом. Нека је T број палих писама, а R највећи број узастопних појављивања исхода писмо.
- а) Одредити заједничку расподелу случајног вектора (T, R) .
- б) Испитати независност случајних величина T и R .
61. Из скупа $\{1, 2, \dots, n\}$ где је $n \geq 2$ на случајан начин и истовремено бирају се два броја x и y . Нека је W максимално „растојање“ међу одабраним бројевима.
- а) Одредити расподелу случајне величине W .
- б) Израчунати вероватноће: $P\{1.56 < W \leq 4.52\}$, $P\{W > 1.84\}$.
62. Нека су Z_1 и Z_2 независне случајне величине, при чему свака од њих узима вредности -1 и 1 са вероватноћом по $\frac{1}{2}$. Нека је случајна величина Z_3 дефинисана са $Z_1 Z_2 Z_3 = 1$. Доказати да су случајне величине Z_1, Z_2 и Z_3 независне у паровима, али да нису потпуно независне.
63. Нека случајна величина V има закон расподеле дат са:

$$V : \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & 1 & \alpha \\ p & 2p & \frac{p}{2} & \frac{p}{3} & p \end{pmatrix}$$

и нека је познато да је математичко очекивање ове случајне величине једнако један.

- а) Одредити нумеричке вредности p и α .
- б) Одредити функцију расподеле случајне величине W , која је дата са $W = V^2 - \max\{V, 0\}$.
- в) Израчунати: $P\{V \geq 0\}$, EW .
64. Баца се хомогена коцкица за игру све док се не појави сваки од бројева из скупа $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, којима су обележене њене стране. Нека случајна величина X представља укупан број изведених бацања. Одредити математичко очекивање ове случајне величине.

65. Дато је n куглица које су нумерисане бројевима $1, 2, \dots, n$. Претпоставља се да су те куглице на случајан начин поређане у низ. Нека је са Y означен укупан број куглица које су нумерисане бројем једнаким редном броју места на коме се куглица налази у том низу. Одредити математичко очекивање случајне величине Y .
66. У кутији се налази: једна бела, две црне, четири црвене, једна плава куглица. Играч на случајан начин извлачи једну куглицу из кутије, па ако извуче белу куглицу губи четири динара, ако извуче црну куглицу губи пет динара, а ако извуче куглицу црвене боје добија два динара. Нека случајна величина Z представља добитак играча. Одредити математичко очекивање и дисперзију ове случајне величине. Прокоментарисати да ли је ова игра фер/поштена.
67. Делимично је дата табела заједничке расподеле дводимензионе случајне величине (X, Y) :

	$Y = -1$	$Y = 0$	$Y = 1$
$X = 1$	0.05	0.1	
$X = 2$		0.2	
$X = 3$		0.1	0.1

- а) Допунити табелу ако се зна да су X и Y независне случајне величине.
- б) Одредити математичко очекивање и дисперзију случајне величине Y .
- в) Одредити дисперзије случајних величина: $5X + Y$, XY .
68. Случајне величине $X \sim \mathcal{B}(n, p)$ и $Y \sim \mathcal{B}(m, p)$ су независне (за параметре важи: $n, m \in \mathbb{N}, 0 < p < 1$). Одредити расподелу вероватноћа збира ове две случајне величине.
69. На случајан начин бира се једна од вредности из скупа вредности $\{-2, -1, 1, 2\}$. Нека случајна величина X представља одабрану вредност и нека је случајна величина Y дата са $Y = X^2$. Одредити коваријацију $cov(X, Y)$ случајних величина X и Y , а затим испитати да ли су оне независне.
70. Техничка контрола проверава једну серију апарата. Познато је да у 1% случајева апарат има дефект A и независно од тога у 2% случајева дефект B . Апарат се сматра дефектним ако има бар један од ова два дефекта. Израчунати вероватноћу да број дефектних апарата у серији од 100 апарата буде не мањи од два и не већи од шест.
71. Из кутије у којој се налази n ($n \geq 10$) куглица нумерисаних бројевима $1, 2, \dots, n$ на случајан начин и са враћањем извлачи се $2n$ куглица. Одредити цео број k такав да је број извучених четворки у тих $2n$ извлачења мањи од k са вероватноћом (приближно) 0.95.
72. Стопа извршених самоубистава у одређеној држави износи једно самоубиство на 100000 становника у току месец дана.
- а) Израчунати вероватноћу да се у граду, који се налази у овој држави, и броји 400000 становника догоди бар 8 самоубистава у току децембра.
- б) Израчунати вероватноћу да ће у току ове године бити бар два месеца током којих је извршено по 8 или више самоубистава.
- в) Ако се јануар 2015. године означаи као први месец, одредити који је очекивани (наредни) месец током кога ће се по први пут догодити 8 или више самоубистава.
73. Нека је X случајна величина са нормалном расподелом са параметрима $m = 10$ и $\sigma^2 = 36$. Израчунати вероватноће:

- а) $P\{X > 5\}$;
 б) $P\{X < 20\}$;
 в) $P\{4 < X < 16 | X \geq 7\}$.
74. Нека је Y нормално расподељена случајна величина са математичким очекивањем једнаким 5. Ако је $P\{Y > 9\} = 0.2$. израчунати колика је приближна вредност дисперзије ове случајне величине.
75. Контролор узима узорак величине $n = 1000$ уређаја из скупа који садржи велики број уређаја. Уређај је неисправан у 3% случајева. Одредити у којим ће границама бити број неисправних уређаја у овом узорку са вероватноћом (приближно) 0.99.
76. Стрелац у једном гађању погађа мету са вероватноћом 0.4. Одредити колико најмање гађања треба да планира како би вероватноћа да ће имати бар 80 погодака била (приближно) 0.9.
77. У позоришту са 1000 места посетиоци улазе случајно на два улаза који имају по гардеробу. Колико најмање места треба да буде у свакој гардероби, па да са вероватноћом 0.99 посетиоци могу да оставе своје ствари у гардероби улаза на који су и ушли?
78. На случајан начин се гађа мета у облику квадрата (претпоставља се да ће са вероватноћом једнаком један мета бити погођена у овом гађању). Израчунати вероватноћу да место поготка припада кругу уписаном у овај квадрат.
79. Бирају се на случајан начин два броја a и b из интервала $[-1, 1]$ независно један од другог. Израчунати вероватноћу догађаја да једначина $x^2 + ax + b = 0$ има реална решења. Затим, израчунати вероватноћу да су оба решења позитивна.
80. Штап јединичне дужине преломљен је на случајан начин на два места истовремено. Израчунати вероватноћу да се од три тако добијена дела штапа може формирати троугао.
81. Два друга договорили су се да се нађу на одређеном месту између 12 и 13ч, али да онај који први дође чека 15 минута, а затим одлази ако се његов друг у међувремену није појавио (претпоставља се да ће, са вероватноћом једнаком један, обојица доћи између 12 и 13ч).
- а) Одредити простор исхода Ω .
 б) Одредити скуп $D \subset \Omega$ који представља догађај да ће се другови срести.
 в) Израчунати вероватноћу догађаја D .
82. Експеримент се састоји у следећем: прво се на случајан начин одабере тачка у квадрату странице 5 (јединица мерења дужине). Затим се нацрта круг полупречника 1 са центром у одабраној тачки.
- а) Израчунати вероватноћу да се цео исцртани круг налази унутар квадрата.
 б) Ако се експеримент понови n пута, сваки пут независно од осталих извођења експеримента, израчунати вероватноћу да су бар два исцртана круга у потпуности унутар квадрата.
83. Растојање између две паралелне телефонске линије дужине l је d ($d < l$). На свакој од телефонских линија на непознатом месту постоји прекид. Израчунати вероватноћу да растојање R међу тачкама прекида није веће од a ($d < a < \sqrt{l^2 + d^2}$).
84. Дата је функција

$$f(x) = \begin{cases} a(1-x)^2, & x \in [0, 1], \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

- (а) Израчунати константу a за коју је $f(x)$ густина расподеле (вероватноћа) неке случајне величине X .
- (б) Одредити функцију расподеле те случајне величине.
- (ц) Израчунати $P\{X > \frac{1}{3}\}$.
- (д) Израчунати очекивање EX и дисперзију DX .

85. Случајна величина X има униформну $U(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ расподелу. Ако је $Y = \cos X$, одредити густину расподеле случајне величине Y и израчунати очекивање EY .

86. Случајна величина X има Кошијеву расподелу, тј. њена густина расподеле је

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{1+x^2}, \quad x \in (-\infty, +\infty).$$

Ако је $Y = \frac{1}{X}$, одредити расподелу случајне величине Y .

87. Случајна величина X има експоненцијалну $\mathcal{E}(\lambda)$ расподелу. Одредити функције расподеле следећих случајних величина:

- (а) $Y = |1 - X|$;
- (б) $Z = \min\{X, X^2\}$;
- (ц) $T = [X]$.

88. Број φ се случајно бира из сегмента $[0, \frac{\pi}{2}]$, а затим се кроз тачку $A(0, 1)$ повлачи права која са позитивним делом x -осе заклапа угао φ . Ако је D удаљеност те праве од координатног почетка, одредити расподелу случајне величине D .

89. Штап дужине $b - a$ случајно се ломи на једном месту. Израчунати очекивану дужину краћег дела штапа.

90. Случајна величина X има униформну $U[-1, 2]$ расподелу. Ако је $Y = \min\{X, 1\}$, одредити расподелу случајне величине Y и израчунати очекивање EY .