



Универзитет у Београду
Математички факултет

ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Б (4МНЛ)

СЕПТЕМБАР 2 - 28. октобар 2025. године

1. Општи чланови X_n и Y_n независних низова независних случајних величина имају карактеристичне функције, редом, дате са

$$\varphi_{X_n}(t) = e^{\cos t - 1}, \quad \varphi_{Y_n}(t) = \frac{1}{1 + 4t^2}.$$

Ако је

$$Z_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=1}^n (X_k + Y_k),$$

испитати конвергенцију у расподели низа случајних величина (Z_n) .

2. Време које је потребно студентима да реше један тест из статистике има нормалну расподелу. Изабрано је 40 студената на случајан начин, за сваког од њих измерено је време које је било потребно за решавање теста из статистике и добијено је:

време (мин)	[20, 30)	[30, 40)	[40, 50)	[50, 60)	[60, 70)
број студената	4	7	15	9	5

На основу овог узорка, одредити 90% интервал поверења за просечно време решавања теста свих студената, такав да је вероватноћа да просечно време буде мање од доње границе интервала поверења једнака вероватноћи да просечно време буде веће од горње границе интервала поверења.

3. Обележје X има исту расподелу као случајна величина θZ , где је $\theta > 0$, а Z има χ_2^2 расподелу за чију густину расподеле важи да је $f_Z(z) = \frac{1}{2}e^{-\frac{z}{2}}$, $z > 0$. За тестирање хипотезе $H_0(\theta = 1)$ против алтернативе $H_1(\theta = \frac{1}{2})$, на основу узорка обима 10, предложена су два теста, чије су критичне области W_1 и W_2 , где је $W_1 = \{(x_1, x_2, \dots, x_{10}) : \max\{x_1, x_2, \dots, x_{10}\} \leq c\}$, а W_2 је најбоља критична област за тестирање датих хипотеза. Ако предложени тестови имају исти праг значајности и ако је моћ теста чија је критична област W_1 једнака 0.4, одредити моћ теста чија је критична област W_2 .