



Универзитет у Београду
Математички факултет

ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Б (4МНЛ)

1. јул 2024. године

1. Општи члан X_n низа независних случајних величина има експоненцијалну $\mathcal{E}(1)$ расподелу. Ако је

$$Y_n = n \cdot \min\{X_1, X_2, \dots, X_{n^2}\},$$

испитати све четири врсте конвергенције низа случајних величина (Y_n) .

2. Из популације чије обележје X има нормалну $\mathcal{N}(\theta, \theta^2)$, $\theta > 0$, расподелу извучен је узорак обима n . За оцену непознатог параметра θ на основу тог узорака предложене су следеће оцене:

$$T_1 = \bar{X}_n, \quad T_2 = k\sqrt{n\bar{S}_n^2}, \quad T = \alpha T_1 + (1 - \alpha)T_2,$$

где је $k \in \mathbb{R}$, $\alpha \in [0, 1]$. Одредити k тако да T_2 буде непристрасна оцена, а затим наћи α за које оцена T има најмању средње квадратну грешку.

3. Број пријављених кандидата за упис на Математички факултет на студијски програм Информатика има нормалну $\mathcal{N}(m_1, \sigma^2)$ расподелу, а на програм Математика нормалну $\mathcal{N}(m_2, 0.45\sigma^2)$ расподелу, где је $\sigma > 1$ и познато. На случајном узорку од 12 година добијено је да је просечан број пријављених кандидата на студијском програму Информатика 294.6, док је на случајном узорку од 10 година добијено да је просечан број пријављених кандидата на студијском програму Математика 191.3. Тестира се хипотеза да је разлика у средњим вредностима броја пријављених кандидата на студијским програмима Информатика и Математика једнака 100, против алтернативе да је разлика већа од 100. Формиран је тест такав да је вероватноћа тачног прихватања нулте хипотезе 7 пута већа од вероватноће погрешног одбацивања нулте хипотезе. Такође, моћ предложеног теста, при алтернативи да је разлика у средњим вредностима броја пријављених кандидата на студијским програмима Информатика и Математика једнака $105 - 0.25\sigma$, износи 0.85. Одредити који закључак треба донети на основу датих узорака.