



Универзитет у Београду
Математички факултет

БЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Б (4МНЛ)

8. јун 2024. године

1. Општи члан X_n низа независних случајних величина има униформну $\mathcal{U}(0, 1)$ расподелу. Ако је

$$Y_n = \ln \left(\prod_{k=1}^n \frac{1}{e^{X_k}} \right)^{\frac{1}{\sqrt{n}}},$$

испитати конвергенцију у расподели низа случајних величина (Y_n) .

2. Нека обележје X има закон расподеле

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ \frac{\theta(1-\theta)}{4} & \frac{\theta(1-\theta)}{4} & 1 - \frac{\theta(1-\theta)}{2} \end{pmatrix},$$

где је $\theta \in (0, 1)$. За оцену непознатог параметра $\theta(1 - \theta)$ на основу узорка обима n предложене су две оцене T_1 и T_2 , где је T_1 оцена добијена методом максималне веродостојности и $T_2 = \frac{4}{5}(2 - \bar{X}_n)$. Одредити која од предложених оцена је боља у средње квадратном смислу, а затим испитати да ли је нека од њих ефикасна.

3. Рачунарска лабораторија Математичког факултета тврди да у току испитног рока студенти проведу просечно $2\sqrt{\pi}$ сати дневно на сајту факултета. За густину расподеле обележја X , које представља време које студент проведе дневно на сајту, важи да је

$$f(x; \theta) = \frac{2}{\theta^2} x e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^2}, \quad x \geq 0,$$

где је $\theta > 0$ непознат параметар. Посматрано је 7 случајно одабраних студената и забележено је колико просечно времена су провели на сајту факултета у току једног дана: 0.71, 4.21, 5.59, 3.17, 3.42, 2.74, 3.48. На основу добијеног узорка, са прагом значајности 0.1 тестирати најмоћнијим тестом да ли је рачунарска лабораторија у праву или је просечно време проведено на сајту факултета у току једног дана веће.