



Универзитет у Београду
Математички факултет

БЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Б (4МНЛ)

ДЕЦЕМБАР ПС - 27. децембар 2025. године

1. Општи члан X_n низа независних случајних величина има униформну $\mathcal{U}(0, 1)$ расподелу. Ако је

$$Y_n = \frac{[nX_n]}{n^2},$$

испитати све четири врсте конвергенције низа случајних величина (Y_n) .

2. Нека обележје X има закон расподеле

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & 5 \\ \frac{\alpha}{4} & \frac{\alpha}{4} & \frac{\alpha}{2} & 1 - \alpha \end{pmatrix},$$

где $\alpha \in (0, 1)$. За оцену непознатог параметра α на основу узорка обима n предложене су две оцене T_1 и T_2 , где је T_1 оцена добијена методом максималне веродостојности и $T_2 = \frac{4}{17}(5 - \bar{X}_n)$. Одредити која од предложених оцена је боља у средње квадратном смислу.

3. Број пријава на корисничку подршку једне компаније у току једног дана због софтверских грешака има Пуасонову $\mathcal{P}(\lambda_1)$ расподелу, док број пријава због хардверских кварова у истом дану има Пуасонову $\mathcal{P}(\lambda_2)$ расподелу. Тестира се хипотеза да је очекивани укупан број дневних пријава једнак 8, против алтернативе да је једнак 9. Ако је n ($n > 30$) дана мерен укупан број пријава због софтверских грешака и хардверских кварова, одредити најбољи тест са прагом значајности 0.05 за тестирање наведених хипотеза и одредити моћ тог теста, ако је познато да, при тачној нултој хипотези, средња вредност разлика између броја софтверских и хардверских пријава током n дана одступа од своје очекиване вредности не мање од $\frac{3}{5}$ са вероватноћом најмање 0.10, при чему се као обим узорка бира највеће n које задовољава наведени услов.