

1. Двостепенационална случајна величина (X, Y) има густину расподеле

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{32}xy, & 0 < x < y < 4, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Ако је

$$Z = \begin{cases} X + Y, & Y < 1, \\ XY, & Y \geq 1, \end{cases}$$

одредити расподелу случајне величине Z .

2. У фабрици се налази 10 машина. Од тренутка кад се пуне у рад, оне раде, независно једна од друге, непрекидно, све док се не покваре, након чега се не поправљају. Познато је да дужина рада до квара сваке од машина има експоненцијалну расподелу, а да је очекива дужина тог рада $72h$. Ако су све машине пуштене у рад једног јутра у 6 сати, одредити очекивани број машина које ће се покварити у време када радници нису у фабрици, а то је било ког дана између поноћи и 6 сати ујутру.
3. Квадрат је подељен на 9 подударних малих квадрата. Јелена је направила програм који, када се притисне тастер, обоји случајно одабране мале квадрате црном бојом. Сваки од 9 малих квадрата, независно од осталих, бива обојен са вероватноћом $\frac{1}{2}$ и при сваком притискању тастера црна боја нестаје и боји се из почетка. Јелена притиска тастер све док бар један квадрат састављен од 4 мала квадрата не буде обојен у црно. Ако је X укупан број притискања тастера, а Y индикатор да је било потребно више од два притискања тастера, израчунати коваријансу случајних величина X и Y .