

ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА А (4ЛМН) - Јун 2019.

1. Претпоставимо да је са вероватноћом $\frac{1}{10}$ сигнал присутан у одређеном систему у неком тренутку, а да са вероватноћом $\frac{9}{10}$ сигнал није присутан. Мерење неке величине у систему када је сигнал присутан има нормалну $\mathcal{N}(50, 1)$ расподелу, а када сигнал није присутан има нормалну $\mathcal{N}(52, 1)$ расподелу. Претпоставља се да је мерење извршено у одређеном тренутку. Ако је вредност мерења мања од 49.9, показати да је вероватноћа да је сигнал присутан већа од вероватноће да није присутан. (10 поена)
2. Нека је X случајна величина са густином расподеле $f(x) = e^{-x-2}, x \geq -2$. Одредити расподелу случајне величине Y дате са:

$$Y = \begin{cases} -\frac{2}{3} - \frac{4}{3}X, & X < -1, \\ \frac{7}{3} + \frac{5}{3}X, & -1 \leq X < -\frac{1}{2}, \\ 6X^2, & -\frac{1}{2} \leq X < \frac{1}{3}, \\ \frac{7}{9} - \frac{1}{3}X, & X \geq \frac{1}{3}. \end{cases}$$

(10 поена)

3. Након повратка из мировне мисије у Африци, 100 војника треба тестирати на маларију. Пошто је тест скуп, доктори планирају да спроведу анализу крви на следећи начин: формирају се групе од по 10 војника и њихова крв се анализира заједно. Ако је тест негативан, тај један тест је довољан за њих 10. Ако је тест позитиван, свих 10 војника се морају тестирати посебно. Вероватноћа да је војник заражен је 0.2. Претпоставља се да су тестирања код различитих војника независна. Одредити очекивани број тестова које треба спровести при оваквом начину анализирања крви. (10 поена)