



Универзитет у Београду
Математички факултет

ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА А (4МНЛ)

1. јун 2024. године

1. Ана и Тамара свако јутро пре одласка на факултет пију кафу у Кафетерији. Оне долазе у Кафетерију независно једна од друге у случајном тренутку између 9:00 и 10:00 часова. На њиховом столу стоји 10 кутија нумерисаних бројевима од 1 до 10 са белим и црним куглицама унутра, при чему се у кутији нумерисаној бројем k налази k белих и $10 - k$ црних куглица. Када дођу у Кафетерију, свака од њих на случајан начин бира једну кутију, па затим из те кутије извлачи једну по једну куглицу, са враћањем. Ана се за столом задржава $50 \cdot p_2$ минута, а Тамара $20 \cdot p_3$ минута, где је p_j вероватноћа да у првих j извлачења добију j белих куглица. Одредити вероватноћу да се Ана и Тамара сретну за својим столом у Кафетерији.
2. Свака од независних случајних величина X и Y има геометријску $\mathcal{G}(p)$ расподелу. Испитати независност случајних величина U и V , ако је $U = \min\{X, Y\}$ и $V = X - Y$.
3. Нека су X, Y, V и W независне случајне величине, свака са експоненцијалном $\mathcal{E}(1)$ расподелом. Ако је

$$Z = \min \left\{ e^{-|X-Y|}, \frac{1}{2} \cdot e^{|V-W|} \right\},$$

одредити густину расподеле случајне величине Z .