

Без доказа наводимо још једну особину пресликавања $u_{\#}$ (која нам је потребна за вањну посредницу):

Пврђење Нека су $f, g: X \rightarrow Y$ непрекидна пресликавања штава да је $f = g$.

Нека је $H: X \times I \rightarrow Y$ хомотопија између ових пресликавања ($H(x, 0) = f(x)$, $H(x, 1) = g(x)$)

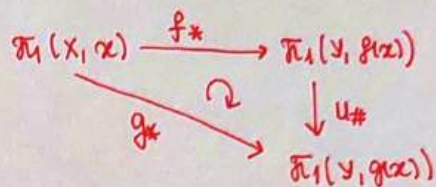
Тада за произвољно $x \in X$ важи:

$$u_{\#} \circ f_{\#} = g_{\#}$$

и. конструира дијаграм десно,

при чему је $u: I \rightarrow Y$ пут у простору Y

од тачке $f(x)$ до тачке $g(x)$, дефинисан са $u(t) = H(x, t)$, $t \in I$.



Доказ пресмемо због досида техничких детаља, а може се наћи у уџбенику за очигледну хомотопију (пресликавање $u_{\#}$ се једино означава са β_u).

У овом прврђењу 5.2 у уџбенику, показујемо да ако су f и g непр. пресликавања $f, g: (X, x_0) \rightarrow (Y, y_0)$ и ако важи $f \simeq g \text{ (rel } x_0)$!? пајус у уџбенику, али „rel x_0 “)

Онда знамо да $f_{\#} = g_{\#}: \pi_1(X, x_0) \rightarrow \pi_1(Y, y_0)$.

Степујемо, ако узмемо $g = \text{const}$ (константно пресликавање из X слика у y_0)

Онда знамо да:

$$f \simeq \text{const (rel } x_0) \Rightarrow f_{\#} = 0 \text{ (нула-хомоморфизам)}$$

Користећи претходно шржи σ и $u_{\#}$ можемо показати да је довољно прелиминарно $f \simeq \text{const}$ без услова „релативно база тачка“.

Земље као мали детаљ, али значајно олакшава неке ситуације.

Далје, показујемо:

Пврђење Ако је $f: X \rightarrow Y$ и $f \simeq \text{const}$, онда је за сваку тачку $x \in X$,

$f_{\#}: \pi_1(X, x) \rightarrow \pi_1(Y, f(x))$ нула-хомоморфизам.

Доказ: Нека је $H: X \times I \rightarrow Y$ хомотопија између f и константног $g: X \rightarrow Y$ које се слика у неку y_0 ($g(x) = y_0, \forall x \in X$)

$x \in X$ произвољно

$u: I \rightarrow Y$ пут дефинисан са: $u(t) = H(x, t)$ - које иде од $f(x)$ до y_0

прим. шпрб. $\Rightarrow u_{\#} \circ f_{\#} = g_{\#}$

$g_{\#}: \pi_1(X, x) \rightarrow \pi_1(Y, y_0)$ је нула-хомоморфизам (јер је константно)

$$u_{\#} \circ f_{\#} = 0 \Rightarrow f_{\#} = 0$$

изоморфизам □

