

КОНВЕКСНА АНАЛИЗА

План предавања, 2024/25. школска година

План предавања је направљен према уџбенику „Конвексна анализа”, аутора професора Синише Врећнице. Подељен је у целине у складу са трочасовима који се по наставном плану одржавају једном недељно.

- **1. трочас:**

Подсетити се векторских простора (у уџбенику се често називају *линеарни* простори) и њихових најважнијих својстава, која су изучавана детаљно у Линеарној алгебри. Акценат је на Еуклидском простору $\mathbb{R}^n$.

Конвексни скупови - дефиниције и својства

Поглавље **1.1**: од дефиниције 1.1 до тврђења 1.10.

Обратити посебну пажњу на Тврђење 1.10 које описује хиперравни, и на дискусију после њега. Геометријска интерпретација значајно олакшава разумевање.

- **2. трочас:**

Конвексни конуси

1.11, 1.12, 1.13, 1.14, 1.15, 1.19, 1.20, конус опадања

1.2 Тополошка својства: ово поглавље се прелази на часу, али не долази као испитно питање, јер се докази већином изводе из предзнања метричких простора (Анализа 2). Прецизније, познавање тврђења овог поглавља се генерално очекује на испиту због својстава која ће се касније користити, али само ово поглавље неће бити посебно испитно питање.

- **3. трочас:**

1.3 Теореме о раздвајању конвексних скупова

На часу се обрађује цело ово поглавље, и из њега се изводе два испитна питања. Прво је „Теореме о раздвајању конвексних скупова, Хан-Банахова теорема”, а друго је „Хиперраван ослонца и екстремалне тачке, Креин-Милманова теорема”.

- **4. трочас:**

1.5 Поларни скупови:

од 5.1. до 5.7. (странице 33 - 36 у уџбенику)

2.1 Конвексне функције - дефиниције и основна својства:

од 1.1 до 1.10 (странице 47 - 51 у уџбенику)

Напомена: Поглавље 1.4 је прескочено са намером да се касније детаљно обради, док делови поглавља „Поларни скупови” након горе поменутих неће улазити у градиво за испит.

- **5. трочас:**

2.2 Критеријуми конвексности: радимо мало тврђење 2.1 јер је оно карактеристично за конвексне скупове, а затим следи градиво (од леме 2.2 закључно са тврђењем 2.6) које је већ урађено на предметима Анализа 1 и Анализа 2. Стога се на предавању само обнављају тврђења и ово градиво не стоји као посебно испитно питање, али се очекује његово генерално познавање (када се на њега позивамо у оквиру других делова предмета). Тврђење 2.7 се не помиње на предавањима.

2.3 Неједнакости - на предавању се прелази цело поглавље. Теорема 3.3 (Теорема Хардија, Литлвуда и Полије) се прецизно доказује, и може се очекивати да је потребно нешто више пажње и времена за њено разумевање.

- **6. трочас:**

2.4 Непрекидност: градиво од тврђења 4.1 закључно са тврђењем 4.8; дефиниција 4.9 и само формулације тврђења 4.9, 4.10 и 4.11 (ово су карактеризације аналогне онима за полунепрекидност одоздо).

2.5 Системи неједначина: тврђења 5.1 и 5.2.

- **7. трочас:**

2.5 Системи неједначина: наставак - тврђења 5.3, 5.4 и Минимакс теорема фон Нојмана (5.5) уз напомену да се у формулацији теореме узме јача претпоставка да је функција f непрекидна (јер сам наведени доказ користи ту претпоставку иако није дата).

2.6 Функције ослонца и удаљености: дефиниција 6.1, геометријска интуиција описана након ње је важна за разумевање, затим тврђење 6.2.

- **8. трочас:**

2.6 Функције ослонца и удаљености: наставак - тврђења 6.3, 6.4, 6.5, примери. Затим дефиниција функције удаљености (6.6). Обратите пажњу на мало (али значајно) запажање пре примера на истој страни (пасус „Ако са x_0 обележимо пресечну тачку...”), примери и веза са функцијом ослонца (тврђење 6.7).

2.7 Конјуговане функције: од 7.1 закључно са тврђењем 7.4.

- **9. трочас:**

3 Фамилије конвексних скупова: уводна прича, дефиниција 1, тврђење 2, тврђење 3 (Хаусдорфова метрика), пример. Затим се фокусирамо само на идеје, тј. потребно је знати и разумети формулације следећих тврђења (без доказа): тврђење 4, теорема 5 (Блашкеова теорема), тврђење 6 (Моцкинова теорема), тврђење 7, последица 8 и тврђење 9 (апроксимације конвексним политопима). Подсећање: Конвексни политоп је конвексни омотач коначног скупа тачака.

Сада се враћамо на комбинаторна својства која само „прескочили”.

1.4 Комбинаторна својства (страница 22): Каратеодоријева теорема и Радонова теорема (4.1, напомена, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5).

- **10. трочас:**

- 1.4 Комбинаторна својства - наставак**

- Хелијева теорема (4.6, 4.7)

- Кирхбергерова теорема (4.8)

- Звездолики скупови се дефинишу (деф. 4.9) а затим се тврђења 4.10, 4.11 и 4.12 само формулишу. Дакле, неходно је знати формулацију теореме Красноселског која даје важну особину звездоликих скупова, али доказ није потребан.

- Теорема Јунга (4.13)

- **11. трочас:**

- 1.4 Комбинаторна својства - наставак**

- Теорема Минковског (4.14, 4.15)

- 4 Теореме о непокретној тачки (страна 114):**

- уводна прича, Шпернерова лема (лема 1), Лебегова теорема (теорема 2), последица 3, ККМ лема (лема 4)

- **12. трочас:**

- 4 Теореме о непокретној тачки - наставак**

- Брауерова теорема за симплекс (теорема 5), хомеоморфизми и својство фиксне тачке (дефиниције 6 и 7), тврђење 8, тврђење 9, Брауерова теорема (теорема 10), тврђење 11.