Пети час

1. У првој кутији налазе се само беле куглице, а у другој кутији $\frac{1}{4}$ куглица су црне, а $\frac{3}{4}$ беле. Случајно се бира кутија и из ње се извлачи једна куглица. Испоставља се да је бела. Ову куглицу вратимо у кутију из које је извучена и из ње се опет извлачи једна куглица. Израчунати вероватноћу да ова куглица буде црна.
2. Нека је вероватноћа да у породици има n деце $\alpha p^n, n \in N, p \in (0,1), \alpha > 0$. Претпоставља се да су све комбинације полова n деце једнако вероватне. Доказати да је за $k \geq 1$ вероватноћа да у породици има k дечака $\frac{2\alpha p^k}{(2-p)^{k+1}}$.
3. Играчи A и B играју низ партија, тако да у свакој победник добија један поен. У свакој партији A побеђује са вероватноћом α, а B са вероватноћом β, где је $\alpha + \beta = 1$ и $\alpha > \beta$. Победник меча је онај играч који сакупи два поена више од противника.
   a) Израчунати вероватноћу да израч A буде победник меча.
   b) Шта је погодније за играча A, да игра цео меч или само једну партију.
4. Из кутије у којој су четири цедуље нумерисане бројевима 1, 2, 3, 4 извлачимо, без враћања, док не извучемо цедуљу са непарним бројем. Ако је X збир извучених бројева, а Y број извлачења, одредити закон расподеле (вероватноћа) случајних величина X и Y и израчунати (математичка) очекивања и дисперзије тих случајних величина.
5. Из скупа $\{1,2,\ldots,n\}(n \geq 2)$ на случајан начин бирају се одједном два различита броја x и y. Нека је $S = max\{x,y\}$. Одредити расподелу случајне величине S и израчунати $P\{0.5 < S \leq 3.56\}, P\{S > 2.6\}$, као и очекивање ES.