Писмени испит из Диференцијалних једначина (Р), 27.08.2024.

1. У зависности од параметра $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ решити диференцијалну једначину $(\alpha-1)\dot{x}t^3 \ln t + (tx)^\alpha = xt^2$, $t > 0$.
2. (а) Решити диференцијалну једначину $\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -10 & 10 & -5 \\ -2 & 1 & 0 \\ 9 & -10 & 6 \end{bmatrix} \mathbf{x}$.

   (б) Дата је раван Γ у $\mathbb{R}^3$ својом једначином $\Gamma\colon x - y + z = 0$. Доказати да свако решење диференцијалне једначине из дела (а) са почетним условом на Γ остаје на Γ за све t. Другим речима, доказати импликацију $\mathbf{x}(0) \in \Gamma \Rightarrow \mathbf{x}(t) \in \Gamma, \forall t \in \mathbb{R}$.

   (в) Нека је $B \in M_3(\mathbb{R})$ матрица која има једну реалну и две конјуговане комплексне (које нису реалне) сопствене вредности. Доказати да постоји раван Π у $\mathbb{R}^3$ тако да за свако решење $\mathbf{x}(t)$ система диференцијалних једначина $\dot{\mathbf{x}} = B\mathbf{x}$ важи импликација $\mathbf{x}(0) \in \Pi \Rightarrow \mathbf{x}(t) \in \Pi, \forall t \in \mathbb{R}$
3. Дате су функције $F, G\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ са $F(p,q) = (p+q, -p)$ и $G(p,q) = (p+q, -p+1)$. Скицирати фазне портрете диференцијалних једначина $\dot{\mathbf{x}} = F(\mathbf{x})$ и $\dot{\mathbf{x}} = G(\mathbf{x})$.

Писмени испит из Диференцијалних једначина (Р), 27.08.2024.

1. У зависности од параметра $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ решити диференцијалну једначину $(\alpha-1)\dot{x}t^3 \ln t + (tx)^\alpha = xt^2$, $t > 0$.
2. (а) Решити диференцијалну једначину $\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -10 & 10 & -5 \\ -2 & 1 & 0 \\ 9 & -10 & 6 \end{bmatrix} \mathbf{x}$.

   (б) Дата је раван Γ у $\mathbb{R}^3$ својом једначином $\Gamma\colon x - y + z = 0$. Доказати да свако решење диференцијалне једначине из дела (а) са почетним условом на Γ остаје на Γ за све t. Другим речима, доказати импликацију $\mathbf{x}(0) \in \Gamma \Rightarrow \mathbf{x}(t) \in \Gamma, \forall t \in \mathbb{R}$.

   (в) Нека је $B \in M_3(\mathbb{R})$ матрица која има једну реалну и две конјуговане комплексне (које нису реалне) сопствене вредности. Доказати да постоји раван Π у $\mathbb{R}^3$ тако да за свако решење $\mathbf{x}(t)$ система диференцијалних једначина $\dot{\mathbf{x}} = B\mathbf{x}$ важи импликација $\mathbf{x}(0) \in \Pi \Rightarrow \mathbf{x}(t) \in \Pi, \forall t \in \mathbb{R}$
3. Дате су функције $F, G\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ са $F(p,q) = (p+q, -p)$ и $G(p,q) = (p+q, -p+1)$. Скицирати фазне портрете диференцијалних једначина $\dot{\mathbf{x}} = F(\mathbf{x})$ и $\dot{\mathbf{x}} = G(\mathbf{x})$.

Писмени испит из Диференцијалних једначина (Р), 27.08.2024.

1. У зависности од параметра $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ решити диференцијалну једначину $(\alpha-1)\dot{x}t^3 \ln t + (tx)^\alpha = xt^2$, $t > 0$.
2. (а) Решити диференцијалну једначину $\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -10 & 10 & -5 \\ -2 & 1 & 0 \\ 9 & -10 & 6 \end{bmatrix} \mathbf{x}$.

   (б) Дата је раван Γ у $\mathbb{R}^3$ својом једначином $\Gamma\colon x - y + z = 0$. Доказати да свако решење диференцијалне једначине из дела (а) са почетним условом на Γ остаје на Γ за све t. Другим речима, доказати импликацију $\mathbf{x}(0) \in \Gamma \Rightarrow \mathbf{x}(t) \in \Gamma, \forall t \in \mathbb{R}$.

   (в) Нека је $B \in M_3(\mathbb{R})$ матрица која има једну реалну и две конјуговане комплексне (које нису реалне) сопствене вредности. Доказати да постоји раван Π у $\mathbb{R}^3$ тако да за свако решење $\mathbf{x}(t)$ система диференцијалних једначина $\dot{\mathbf{x}} = B\mathbf{x}$ важи импликација $\mathbf{x}(0) \in \Pi \Rightarrow \mathbf{x}(t) \in \Pi, \forall t \in \mathbb{R}$
3. Дате су функције $F, G\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ са $F(p,q) = (p+q, -p)$ и $G(p,q) = (p+q, -p+1)$. Скицирати фазне портрете диференцијалних једначина $\dot{\mathbf{x}} = F(\mathbf{x})$ и $\dot{\mathbf{x}} = G(\mathbf{x})$.

Писмени испит из Диференцијалних једначина (Р), 27.08.2024.

1. У зависности од параметра $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ решити диференцијалну једначину $(\alpha-1)\dot{x}t^3 \ln t + (tx)^\alpha = xt^2$, $t > 0$.
2. (а) Решити диференцијалну једначину $\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -10 & 10 & -5 \\ -2 & 1 & 0 \\ 9 & -10 & 6 \end{bmatrix} \mathbf{x}$.

   (б) Дата је раван Γ у $\mathbb{R}^3$ својом једначином $\Gamma\colon x - y + z = 0$. Доказати да свако решење диференцијалне једначине из дела (а) са почетним условом на Γ остаје на Γ за све t. Другим речима, доказати импликацију $\mathbf{x}(0) \in \Gamma \Rightarrow \mathbf{x}(t) \in \Gamma, \forall t \in \mathbb{R}$.

   (в) Нека је $B \in M_3(\mathbb{R})$ матрица која има једну реалну и две конјуговане комплексне (које нису реалне) сопствене вредности. Доказати да постоји раван Π у $\mathbb{R}^3$ тако да за свако решење $\mathbf{x}(t)$ система диференцијалних једначина $\dot{\mathbf{x}} = B\mathbf{x}$ важи импликација $\mathbf{x}(0) \in \Pi \Rightarrow \mathbf{x}(t) \in \Pi, \forall t \in \mathbb{R}$
3. Дате су функције $F, G\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ са $F(p,q) = (p+q, -p)$ и $G(p,q) = (p+q, -p+1)$. Скицирати фазне портрете диференцијалних једначина $\dot{\mathbf{x}} = F(\mathbf{x})$ и $\dot{\mathbf{x}} = G(\mathbf{x})$.