Писмени испит из диференцијалних једначина са применама (Р смер)

Јун 2, $5^2.3^2.45^2$.

1. Дата је једначина $2txdx - (e^{-t(x^2+1)} - x^2)dt = 0$, за $t, x > 0$.

(а) Показати да ова једначина није у тоталном диференцијалу, али да има интеграциони фактор облика $e^{P(x,t)}$, где је P полином по x, t.

(б) Решити ову једначину и наћи партикуларно решење које задовољава почетни услов $x(1) = 1$.

2. Дата је диференцијална једначина

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x}, \quad A = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & -3 \end{bmatrix}. \tag{$\Diamond$}$$

(а) Решити једначину ($\Diamond$) и одредити ток φ_t који она генерише.

(б) Одредити запремину скупа $\varphi_t(B)$, где је B лопта полупречника 1 у $\mathbb{R}^3$.

3. Решити једначину

$$\ddot{x} + 4\dot{x} + 4x = t^2 e^{-2t}.$$

Ако заменимо десну страну ове једначине неком другом функцијом $f(t)$ која је ограничена ($|f(t)| \leq M$, $M \in \mathbb{R}$) за $t > 0$, да ли ће сва решења нове једначине бити ограничена за $t > 0$?

Писмени испит из диференцијалних једначина са применама (Р смер)

Јун 2, $5^2.3^2.45^2$.

1. Дата је једначина $2txdx - (e^{-t(x^2+1)} - x^2)dt = 0$, за $t, x > 0$.

(а) Показати да ова једначина није у тоталном диференцијалу, али да има интеграциони фактор облика $e^{P(x,t)}$, где је P полином по x, t.

(б) Решити ову једначину и наћи партикуларно решење које задовољава почетни услов $x(1) = 1$.

2. Дата је диференцијална једначина

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x}, \quad A = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & -3 \end{bmatrix}. \tag{$\Diamond$}$$

(а) Решити једначину ($\Diamond$) и одредити ток φ_t који она генерише.

(б) Одредити запремину скупа $\varphi_t(B)$, где је B лопта полупречника 1 у $\mathbb{R}^3$.

3. Решити једначину

$$\ddot{x} + 4\dot{x} + 4x = t^2 e^{-2t}.$$

Ако заменимо десну страну ове једначине неком другом функцијом $f(t)$ која је ограничена ($|f(t)| \leq M$, $M \in \mathbb{R}$) за $t > 0$, да ли ће сва решења нове једначине бити ограничена за $t > 0$?

Писмени испит из диференцијалних једначина са применама (Р смер)

Јун 2, $5^2.3^2.45^2$.

1. Дата је једначина $2txdx - (e^{-t(x^2+1)} - x^2)dt = 0$, за $t, x > 0$.

(а) Показати да ова једначина није у тоталном диференцијалу, али да има интеграциони фактор облика $e^{P(x,t)}$, где је P полином по x, t.

(б) Решити ову једначину и наћи партикуларно решење које задовољава почетни услов $x(1) = 1$.

2. Дата је диференцијална једначина

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x}, \quad A = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & -3 \end{bmatrix}. \tag{$\Diamond$}$$

(а) Решити једначину ($\Diamond$) и одредити ток φ_t који она генерише.

(б) Одредити запремину скупа $\varphi_t(B)$, где је B лопта полупречника 1 у $\mathbb{R}^3$.

3. Решити једначину

$$\ddot{x} + 4\dot{x} + 4x = t^2 e^{-2t}.$$

Ако заменимо десну страну ове једначине неком другом функцијом $f(t)$ која је ограничена ($|f(t)| \leq M$, $M \in \mathbb{R}$) за $t > 0$, да ли ће сва решења нове једначине бити ограничена за $t > 0$?