

1. Нека је X дискретна случајна величина са вредностима из скупа $\{1, 3, 5\}$. Нека је $Z = X \cdot Y$, где $Y \sim \text{Ber}(0.5)$, независна од X . Изразити преко $H(X)$:

а) $H(X + 5)$.

б) $H(3X)$.

в) $H(Z|X)$.

г) $H(Z)$.

д) $I(X; Z)$.

ђ) $H(Z + X)$.

2. Нека извор информације има азбуку a, b, c, d, e . Претпоставимо да је улазна расподела p таква да је $p(a) = 1/2$, $p(b) = 1/4$, $p(c) = 1/8$, $p(d) = p(e) = 1/16$.

а) Одредити Хафманов код за дати извор информације.

б) Израчунати средњу дужину речи датог кода и показати да она достиже теоријски минимум.

в) Шта је префиксни код? Дати пример непрефиксног кода који има краћу средњу дужину кодне речи за дати извор информације од Хафмановог кода.

г) Која је мана кода из дела в) у односу на добијени Хафманов код?

3. Нека је $\Gamma_s(q)$ бинарни симетрични канал с вероватноћом грешке $0 < q < 1/2$ и нека је $\Gamma_e(q)$ бинарни канал с брисањем с вероватноћом брисања такође q .

а) Одредити капацитете канала $\Gamma_s(q)$ и $\Gamma_e(q)$.

б) Нека се цифра примљена каналом $\Gamma_e(q)$ даље шаље новим каналом Δ , који, ако је примљена цифра 0 или 1, њу преписује, а ако је цифра избрисана, уписује 0 или 1 с вероватноћом $1/2$. Одредити капацитет каскаде $\Gamma_e(q) \cdot \Delta$.

в) Формулисати и доказати неједнакост обраде података.

г) Користећи неједнакост обраде података показати да је капацитет канала $\Gamma_s(q)$ мањи од капацитета канала $\Gamma_e(q)$.

4. Интерпланетарна федерација прави одлуке тако што се свака планета у федерацији изјашњава да ли је ЗА, ПРОТИВ, или УЗДРЖАНА. Због великих раздаљина међу планетама, гласа се путем сигнала. Због техничких лимитација, имају на располагању само 8 битова да пошаљу поруку. Такође, грешке су честе, па је додатни захтев да код може да исправља све једноструке и двоструке грешке. Предложен је код $\mathcal{K} = \{11111111, 00000111, 10101000\}$.

а) Да ли овај код задовоља захтеве?

б) Да ли је овај код линеаран?

в) Примљена је порука 00000000 са планете Криптон. Ако та планета историјски гласа са датим вероватноћама:

$$\begin{pmatrix} \text{ЗА} & \text{ПРОТИВ} & \text{УЗДРЖАНА} \\ 0.95 & 0.02 & 0.03 \end{pmatrix}$$

Декодирати сигнал правилом идеалног посматрача. Сматра се да је вероватноћа грешке 0.1 у сваком биту.