

7.час

СИСТЕМИ МАСОВНОГО ОПЕРАТИВАННЯ

M/M/1

M - експонент. розміщення

упаковка пакетів $\lambda > 0$

обслуговування $\mu > 0$

$$S = N_0 \\ \{0, 1, 2, \dots\}$$

$$Q = \begin{pmatrix} -\lambda & \lambda & 0 & 0 & \dots & \dots \\ \mu & -(\lambda + \mu) & \lambda & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \mu & -(\lambda + \mu) & \lambda & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots \end{pmatrix}$$

• $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ навантаження сервера
умови стабільності: $\rho < 1$, тобто $\lambda < \mu$

$\pi = (\pi_n)_{n \in N_0}$ шукати у рівняннях

$$-\lambda \pi_0 + \mu \pi_1 = 0$$

$$\lambda \pi_0 - (\lambda + \mu) \pi_1 + \mu \pi_2 = 0$$

$$\lambda \pi_1 - (\lambda + \mu) \pi_2 + \mu \pi_3 = 0$$

$\vdots$

$$\underline{\pi_1 = \frac{\lambda}{\mu} \cdot \pi_0}$$

$$\lambda \pi_0 - (\lambda + \mu) \frac{\lambda}{\mu} \pi_0 + \mu \pi_2 = 0$$

$$\mu\pi_L = \left(\frac{\lambda + N}{N} - 1\right) \lambda \cdot \pi_0$$

$$= \frac{\lambda}{N} \cdot \lambda \pi_0$$

$$\pi_L = \frac{\lambda^2}{N^2} \pi_0$$

⋮

матем.
индук.

$$\pi_n = \left(\frac{\lambda}{N}\right)^n \pi_0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \pi_n = 1 \quad , \quad \frac{\lambda}{N} = g$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} g^n \cdot \pi_0 = 1$$

$$\pi_0 \cdot \frac{1}{1-g} = 1$$

$$\boxed{\pi_0 = 1-g}$$

$$\boxed{\pi_n = g^n \cdot (1-g)}_{n \in \mathbb{N}}$$

$N(t)$ = број клијента у систему у тренутку t

$N(t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} N$ = број клијента који је систем у равнотежном стању

(расподјела π)

$$L := EN$$

$$\begin{aligned} L &= \sum_{n=0}^{\infty} n \pi_n = \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot g^n \cdot (1-g) = (1-g) \cdot g \left(\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot g^{n-1} \right) \\ &= (1-g) \cdot g \left(\sum_{n=0}^{\infty} g^n \right)' \end{aligned}$$

$$= \frac{\frac{1}{(1-s)^2}}{\frac{s}{1-s}}$$

Зр.Начин: $N \sim \mathcal{G}(1-s)$ (ам. теор. која крете од 0)

$$\underline{\underline{EN}} = \frac{1}{1-s} - 1 = \frac{1 - (1-s)}{1-s} = \underline{\underline{\frac{s}{1-s}}}$$