

Закључивање о средњој вредности и дисперзији

- Психолошко проучавање меморије код људи користи случајну листу речи. Сваком испитанику је дато 5 минута да проучи листу од 15 речи и након тога да понови што више њих. Добијени су следећи подаци: 10, 11, 14, 8, 11, 9, 8, 9, 10, 6. Оценити средњу вредност броја речи које су поновљене.
- Ако је X случајна величина са очекивањем 5 и дисперзијом 20, за случајан узорак обима 8 одредити $E\bar{X}$ и $D\bar{X}$.
- Размотримо експеримент бацања коцкице. Нека X представља број који је пао.
 - Одредити $D(X)$.
 - Нека X представља узорак од $n = 25$ бацања. Према централној граничној теореме, која је приближна расподела од $\bar{X}$?
 - Предпоставимо да је у 25 бацања добијено $\bar{x} = 3.4$. Конструисати 95% интервал поверења за праву средину μ . Ако је $\mu = 3.5$, да ли интервал обухвата μ као што се очекује?
 - Конструисати 95% интервал поверења за μ на основу 25 бацања ако је $\bar{x} = 2.5$. Да ли овај интервал садржи μ ?
 - Да ли је 90% интервал дужи или краћи?
- Случајна величина X представља број сати прековременог рада запослених на недељном нивоу. Узет је узорак и добијени су резултати: 1.6, 3.0, 4.1, 5.0, 2.0, 3.5, 4.0, 5.5, 2.1, 4.0, 4.5, 6.0, 2.2, 4.2, 5.0, 7.5.
 - Одредити тачкасте оцене μ, σ^2, σ .
 - Одредити 95% интервал поверења за μ .
 - Ако се сваки сат плаћа 200 динара за прековремени рад и ако је 10 запослених, колико новца је потребно да би се покрили просечни недељни трошкови са сигурношћу 95%?
- Социолог проучава разводе у граду. У проучавању је случајно изабрано 20 разведених људи, а X је број година брака пре развода. Добијени су следећи резултати: 14, 14, 10, 5, 9, 4, 6, 8, 3, 9, 23, 11, 8, 20, 22, 10, 8, 8, 14, 17.
 - Одредити 90% интервал поверења просека година брака пре развода.
 - Да ли би било изненађујуће да је просечна дужина брака 15 година?
- Средњи ниво радијације у Америци је 0.3 рема годишње. Постоји страх да ће, као резултат повећања коришћења радиоактивних материјала доћи до пораста нивоа радијације.
 - Поставити нулту и алтернативну хипотезу
 - Објаснити последице прављења грешке I и II врсте.
- Ранија проучавања показују да се биоцид DDT може акумулирати у организму. Средња концентрација DDT у организму појединца је била 9 јединица по милиону. Постоји претпоставка да као резултат контроле, ова концентрација опада. Поставити хипотезе за ово тврђење.
- Просечно време за које кошаркашки тим даје погодак је 20 секунди. Постоји тврдња да то није тачно. Да би се тестирала та хипотеза узет је случајан узорак утакмица и мерено је време. Просечно време постизања поготка на основу 400 шанси је 18.8 са $s = 8$. Одредити p -вредност теста. Да ли би H_0 требало одбацити?
- Један од ефеката DDT на птице је спречавање производње ензима кардонатне дехидратазе. Резултат тога је формирање јаја са знатно тањом љуском од нормалних. Да би се тестирала ова теорија, проучавани су врапци који су храњени мешавином 3 јединице по милиону (ppm) диелдрине и 15 ppm DDT . Тврдоћа љуске је поређена са средњом вредношћу љуске птица на које није утицао DDT . Проценат опада ако се примети мекша љуска. На узорку величине 16 је примећен процентуални пад тврдоће на 12 примерака, редом

од 0.03, 0.08, 0.15, 0.33, 0.21, 0.01, 0.05, 0.07, 0.17, 0.2, 0.15, 0.1, док је на 4 примерка љуска била тврђа, процентуално редом 0.01, 0.03, 0.09, 0.02. Тестирати да ли *DDT* доводи до значајног пада просечне тврдоће љуске са нивоом значајности $\alpha = 0.1$.

10. Власник музичке продавнице жели да процени старост својих купаца. Дате су старости на случајном узорку од 31-ог купца: 25, 19, 13, 23, 26, 18, 25, 29, 31, 21, 31, 22, 21, 18, 15, 23, 20, 20, 21, 23, 28, 21, 25, 29, 31, 28, 24, 15, 18, 29, 23.
 - а) Конструисати 95% интервал поверења за средњи број година.
 - б) Конструисати 95% интервал поверења за дисперзију броја година.
 - в) Конструисати 95% интервал поверења за стандардну девијацију броја година.
11. Проучавана је јачина тона реклама и програма на телевизији. Променљива која нас интересује X је јачина звука у децибелима и њена дисперзија не сме бити сувише велика. Прихватљиво је да стандардно одступање буде 2 децибела или мање.
 - а) Поставити нулту и алтернативну хипотезу којима се испитује да ли је дисперзија звука превелика.
 - б) Забележена је јачина у децибелима за случајан узорак од 15 програма: 62.0, 61.3, 64.5, 67.6, 61.0, 62.3, 63.0, 59.0, 60.5, 61.6, 63.3, 61.6, 60.6, 58.6, 63.1. Тестирати хипотезе из (а) са нивоом значајности $\alpha = 0.05$.

Задаци за вежбу

1. Власник киоска са брзом храном је заинтересован за просечну количину новца коју посетиоци потроше. Добијена су три узорка у три различита дана:

узорак 1.	1.50	2.50	1.75	3.25	1.35	2.16	2.25	1.21	1.53	1.16
узорак 2.	1.85	4.25	1.16	2.31	1.76	1.29	1.89			
узорак 3.	2.18	1.28	1.59	1.98	1.47	2.35				

- а) Одредити $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$.
 - б) Одредити тежинску средину вредности из узорака.
2. Нека X представља случајну цифру из табеле случајних бројева. Закон расподеле те случајне величине је

$$f(x) = \frac{1}{10}, x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.$$

- а) Одредити $E(X)$, $E(X^2)$ и $D(X)$.
 - б) Нека је узет узорак од $n = 30$ случајних цифара и добијено је да је $\bar{x} = 4.2$. Конструисати 98% интервал поверења за праву средину μ . Ако је $\mu = 4.5$, да ли интервал обухвата μ као што се очекује?
3. Лабијени су следећи подаци из узорка од 30 елемената:

37.5	38.9	38.9	38.1	39.5	39.2	39.1	40.0	40.1	40.1	40.8	40.5	40.6	40.4	40.3
41.7	41.2	41.5	41.6	41.4	41.1	42.0	42.2	43.3	43.1	43.2	44.0	44.9	45.0	45.7

 - (а) Одредити тачкасте оцене μ, σ^2, σ .
 - (б) Одредити 90% интервал поверења за μ .
4. Да би имало смисла да радња буде отворена након 17:30 потребно је да се у том периоду заради у просеку 5000 динара. Случајан узорак од 36 дана показује да је $\bar{x} = 4500$ а дисперзија тог узорка је 121. Конструисати 95% интервал поверења за μ , просечну продају. На основу тог узорка, да ли радња треба да буде отворена увече?
5. У тесту за утврђивање присуства вируса сиде, спроводи се следеће тестирање H_0 (вирус је присутан) против H_1 (вирус није присутан). Објаснити шта се дешава ако се направи грешка прве врсте, а шта ако се направи грешка друге врсте.

6. Прописано је да ако је просечни ниво бактерија у води преко 70 онда вода није за пиће.
 - а) Поставити хипотезе којима се утврђује исправност воде.
 - б) Обајснити практични смисао грешака прве и друге врсте.
7. Средњи ниво угљен диоксида у ваздуху је 0.035%. Сматра се да је ниво одмах изнад земље виши од тога.
 - а) Поставити нулту и алтернативну хипотезу којима се то испитује.
 - б) Узето је 144 узорака у којима је тестиран ниво угљен диоксида. Узорачка средња вредност је 0.09% и стандардно одступање је 0.025%. Одредити p -вредност теста? Да ли треба тврђење прихватити статистички?
8. Претходна проучавања показују да је потребно 5 минута у просеку да се запамти листа од 15 речи. Психолог тврди да је потребно мање.
 - а) Поставити нулту и алтернативну хипотезу којима се то испитује.
 - б) Узет је узорак од 20 људи којима је било потребно 4 минута са стандардним одступањем 2.3 минута. Одредити p -вредност теста? Да ли треба одбацити нулту хипотезу?
9. Да би се поставио стандард за то шта треба сматрати нормалним нивоом холестерола за људе између 20 и 29 година узет је узорак од 20 особа. Урађен је тест крви и добијен је ниво холестереола за особе у узорку, у mg/dl : 141, 170, 156, 176, 243, 151, 226, 156, 174, 153, 140, 174, 180, 188, 205, 223, 214, 195, 187, 149.
 - а) Конструисати 95% интервал поверења за средњи број нивоа холестерола.
 - б) Конструисати 95% интервал поверења за дисперзију нивоа холестерола.
 - в) Конструисати 95% интервал поверења за стандардну девијацију нивоа холестерола.
10. Дужина времена трајања батеријске лампе након пуњења има нормалну расподелу са очекивањем 12 сати. Мисли се да стандардна девијација σ превазилази $\frac{1}{2}$ сата.
 - а) Поставити нулту и алтернативну хипотезу да је стандардна девијација времена више од $\frac{1}{2}$ сата.
 - б) Узет је узорак од 25 лампи и добијени су следећи подаци, у сатима: 11.8, 11.7, 11.9, 12.0, 13.5, 11.8, 11.6, 12.3, 10.9, 12.3, 12.1, 12.2, 11.2, 12.1, 13.1, 12.0, 12.7, 11.9, 12.4, 11.9, 13.4, 12.5, 12.7, 12.5, 12.4. Да ли то потврђује да је стандардна девијација већа од $\frac{1}{2}$ сата?