

1. У сваком бацању нерегуларне коцкице сваки од непарних бројева 1, 3, 5 пада са једнаком вероватноћом; сваки од парних бројева 2, 4, 6 пада са једнаком вероватноћом, и још се зна да је два пута вероватније да падне паран број него непаран.

а) Претпостави се да се коцкица баца једанпут. Нека случајна величина X има вредност 1 ако је пао број већи од три, односно вредност 0 иначе. Такође, нека случајна величина Y има вредност 1 ако је пао паран број, односно вредност 0 иначе. Одредити заједничку расподелу случајног вектора (X, Y) , коваријацију случајних величина X и Y и испитати њихову независност.

б) Даље, претпостави се да је изведено 12 независних бацања ове коцкице. Израчунати вероватноћу:

- да се сваки од шест могућих исхода догодио тачно по два пута
- да је у бар 8 бацања пао паран број.

2. Фабрика за производњу рачунара набавља компјутерске чипове. Након што стигне велика испорука чипова, фабрика на случајан начин одабере узорак од 80 чипова. Ако се међу њима налазе три или мање незадовољавајућих чипова, цела испорука се прихвата. Ако су, пак, у узорку четири или више чипова незадовољавајући испорука се враћа добављачу. На бази претходних искустава познато је да је 1 од 100 чипова, који се достављају фабрици, незадовољавајући. Израчунати (на пет децимала) тачну вредност, а затим и вредност добијену одговарајућом апроксимацијом, вероватноће прихватања испоруке.

3. Случајна величина Y представља дужину радног века (у сатима) одређене електронске компоненте и има густину расподеле вероватноћа дату са:

$$g(y) = \begin{cases} \frac{C}{y^2} & , y > 5 \\ 0 & , y \leq 5 \end{cases}$$

а) Одредити нумеричку вредност C .

б) Израчунати $P\{Y > 10\}$ и $P\{Y^2 - 12Y + 35 > 0\}$.

в) Одредити одговарајућу функцију расподеле $G(y)$.

г) Израчунати вероватноћу да од шест таквих компоненти бар три раде бар 15 сати. Шта би требало претпоставити?

4. а) Број U се бира на случајан начин из сегмента $[0, 1]$. Одредити густине расподела случајних величина $T = \ln(U + 1)$, $V = |U - \frac{1}{2}|$ и $W = (U - \frac{1}{2})^2$.

б) Нека је S случајна величина која узима вредности из интервала $[0, +\infty)$ и нека је $f_S(s)$ густина расподеле за S . Израчунати њено математичко очекивање и дисперзију ако је:

- $f_S(s) = 3e^{-3s}$
- $f_S(s) = \frac{3}{(1+s)^4}$

за $s \geq 0$.

5. Случајна величина $Z \in U(-2, 1)$, а случајна величина X је дата са $X = 3 + \operatorname{sgn} Z$. Одредити расподелу и математичко очекивање случајне величине $\max\{2.5, X\}$.

Рок за предају домаћих задатака је: **25. децембар 2013.**