

1. (а) Нека су $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ и $(B_n)_{n \in \mathbb{N}}$ два низа догађаја, при чему се зна да $P(B_n) \rightarrow 1$, при $n \rightarrow +\infty$. Доказати да важи:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} P(A_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} P(A_n B_n).$$
 (б) У појединачном експерименту догађај A реализује се са вероватноћом p ($0 < p < 1$). Посматра се бесконачни низ независних експеримената. Нека је B_n , $n \in \mathbb{N}$, догађај да се између 2^n -тог и 2^{n+1} -ог експеримента догађај A реализује у n узастопних експеримената. Дискутовати, у зависности од вредности p , вероватноћу догађаја B , који се састоји у томе да се реализује бесконачно много догађаја из низа $(B_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
2. Нека су (X, Y) координате случајно одабране тачке A , равномерно расподељене у области $D \subset \mathbb{R}^2$, где је D део јединичног круга са центром у координатом почетку, који припада првом квадранту. Одредити:
 - (а) коваријацију $cov(X, Y)$;
 - (б) густину расподеле вероватноћа случајног вектора (R, Θ) , где је R растојање тачке A од координатног почетка, а Θ угао који дуж OA гради са позитивним смером Ox -осе;
 - (ц) густину расподеле вероватноћа случајне величине S , која представља полупречник највећег круга са центром у тачки A , уписаног у област D .
3. Штап јединичне дужине поломљен је, на случајно одабраном месту, на два дела. Тачка прелома има равномерну расподелу на интервалу $(0, 1)$. Нека случајна величина Z представља количник дужина овако добијених делова.
 - (а) Одредити густину расподеле вероватноћа случајне величине Z .
 - (б) Израчунати вероватноћу да је краћи део бар четири пута краћи од дужег дела.
 - (ц) Одредити математичко очекивање случајне величине Z .

1. (а) Нека су $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ и $(B_n)_{n \in \mathbb{N}}$ два низа догађаја, при чему се зна да $P(B_n) \rightarrow 1$, при $n \rightarrow +\infty$. Доказати да важи:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} P(A_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} P(A_n B_n).$$
 (б) У појединачном експерименту догађај A реализује се са вероватноћом p ($0 < p < 1$). Посматра се бесконачни низ независних експеримената. Нека је B_n , $n \in \mathbb{N}$, догађај да се између 2^n -тог и 2^{n+1} -ог експеримента догађај A реализује у n узастопних експеримената. Дискутовати, у зависности од вредности p , вероватноћу догађаја B , који се састоји у томе да се реализује бесконачно много догађаја из низа $(B_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
2. Нека су (X, Y) координате случајно одабране тачке A , равномерно расподељене у области $D \subset \mathbb{R}^2$, где је D део јединичног круга са центром у координатом почетку, који припада првом квадранту. Одредити:
 - (а) коваријацију $cov(X, Y)$;
 - (б) густину расподеле вероватноћа случајног вектора (R, Θ) , где је R растојање тачке A од координатног почетка, а Θ угао који дуж OA гради са позитивним смером Ox -осе;
 - (ц) густину расподеле вероватноћа случајне величине S , која представља полупречник највећег круга са центром у тачки A , уписаног у област D .
3. Штап јединичне дужине поломљен је, на случајно одабраном месту, на два дела. Тачка прелома има равномерну расподелу на интервалу $(0, 1)$. Нека случајна величина Z представља количник дужина овако добијених делова.
 - (а) Одредити густину расподеле вероватноћа случајне величине Z .
 - (б) Израчунати вероватноћу да је краћи део бар четири пута краћи од дужег дела.
 - (ц) Одредити математичко очекивање случајне величине Z .