

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ТЕОРИЈА ВЕРОВАТНОЋА (ЗВ)

Математички факултет,
децембар 2012.

1. Нека је (X_n) низ независних једнако расподељених случајних величина, $X_n : \Omega \rightarrow \{1, 2, \dots, 10\}$, $P\{X_n = k\} = \frac{1}{10}$ за $k = 1, 2, \dots, 10, n \in N$, $A_n = \{X_{n-1} < X_n < X_{n+1}\}$ за $n \geq 2$. Одредити:

a) $P(A_n)$, за $n \geq 2$; (4)

b) $\liminf_{n \rightarrow \infty} A_n$; (4)

c) $P(\limsup_{n \rightarrow \infty} A_n)$; (4)

2. Случајан вектор (X, Y) има густину $f(x, y) = e^{-(x+y)}$, за $x \geq 0$ и $y \geq 0$. Нека је $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$ и $\theta = \arctan \frac{Y}{X}$.

a) Наћи густину случајног вектора (R, θ) ; (2)

b) Наћи маргиналну густину за θ ; (2)

c) Наћи густину случајне променљиве $R|\theta$; (2)

d) Испитати независност случајних величина R и θ . (2)

3. Извршена су два случајна опита. Изабран је круг је круг у равни xOy са центром у $(0, 0)$ и полупречником R при чему случајна величина R има $\mathcal{E}(1)$ расподелу. Затим је изабрана тачка (X, Y) при чему (X, Y) има униформну расподелу унутар изабраног круга.

a) Ако је $U = (X^2 + Y^2)^{\frac{1}{2}}$ наћи EU ; (4)

b) Наћи условну густину R при датом $X = x, Y = y$ (без решавања интеграла). (4)

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ТЕОРИЈА ВЕРОВАТНОЋА (ЗВ)

Математички факултет,
децембар 2012.

1. Нека је (X_n) низ независних једнако расподељених случајних величина, $X_n : \Omega \rightarrow \{1, 2, \dots, 10\}$, $P\{X_n = k\} = \frac{1}{10}$ за $k = 1, 2, \dots, 10, n \in N$, $A_n = \{X_{n-1} < X_n < X_{n+1}\}$ за $n \geq 2$. Одредити:

a) $P(A_n)$, за $n \geq 2$; (4)

b) $\liminf_{n \rightarrow \infty} A_n$; (4)

c) $P(\limsup_{n \rightarrow \infty} A_n)$; (4)

2. Случајан вектор (X, Y) има густину $f(x, y) = e^{-(x+y)}$, за $x \geq 0$ и $y \geq 0$. Нека је $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$ и $\theta = \arctan \frac{Y}{X}$.

a) Наћи густину случајног вектора (R, θ) ; (2)

b) Наћи маргиналну густину за θ ; (2)

c) Наћи густину случајне променљиве $R|\theta$; (2)

d) Испитати независност случајних величина R и θ . (2)

3. Извршена су два случајна опита. Изабран је круг је круг у равни xOy са центром у $(0, 0)$ и полупречником R при чему случајна величина R има $\mathcal{E}(1)$ расподелу. Затим је изабрана тачка (X, Y) при чему (X, Y) има униформну расподелу унутар изабраног круга.

a) Ако је $U = (X^2 + Y^2)^{\frac{1}{2}}$ наћи EU ; (4)

b) Наћи условну густину R при датом $X = x, Y = y$ (без решавања интеграла). (4)