

# I КОЛОКВИЈУМ – СТОХАСТИЧКИ МОДЕЛИ У ОПЕРАЦИОНИМ ИСТРАЖИВАЊИМА

24. новембар 2013.

1. [2 поена] Елеватор  $A$  у овом тренутку ради. Елеватор  $B$  биће стављен у употребу након што протекне  $T$  јединица времена од сада. Дужина радног века (до отказивања) елеватора  $i$  је експоненцијално расподељена случајна величина са параметром  $\lambda_i > 0$ ,  $i \in \{A, B\}$ . Одредити вероватноћу да елеватор  $A$  буде тај који ће први отказати.
2. [1+2+1+1 поена] Кварови на авиону дешавају се просечно једном у 5000 сати лета, у складу са Пуасоновим процесом. Контролне провере авиона заказују се на сваких 2500 сати лета.
  - а) Израчунати вероватноћу да ће се на авиону десити бар један механички квар између две провере (у тој ситуацији авион се сматра поквареним).
  - б) Ако авио-компанија има флоту од 10 авиона, израчунати вероватноћу да неће бити више од два авиона која се покваре у интервалу између две провере.
  - в) Која је претпоставка неопходна за решавање дела б)?
  - г) Авио-компанија би желела да постигне следеће: да вероватноћа да се авион поквари у периоду између две провере не прелази вредност 0.05. Одредити на колико сати лета би требало заказивати проверу авиона.
3. [1+1+1+2 поена] Након што се огласило школско звоно у 8:00 ђаци који закасне улазе на час у складу са Пуасоновим процесом, и то просечно једно дете на свака  $3min$ .
  - а) Израчунати вероватноћу да ниједан закаснио ђак није ушао у учионицу у првих  $5min$  нити у последњих  $20min$  часа.
  - б) Одредити очекивани тренутак уласка првог закаснилог ђака на час, ако се зна да само један ђак закасни у првих  $5min$  часа.
  - в) Ако је укупно 5 ђака закаснило на час, израчунати вероватноћу да је тачно један ђак стигао у првој трећини часа и тачно један у последњој трећини.
  - г) Закаснио ђак је девојчица у 40% случајева. Израчунати вероватноћу да је од два ђака која су прва закаснила на час, тачно један ђак девојчица.
4. [1+2+1+1 поена] Професор на сваком часу даје кратак тест својој групи студената. Постоје три могућа типа теста, а након тестирања читава група добија оцену: „добро“ или „лоше“ (урађен тест). Нека је  $p_i$  вероватноћа да група добије оцену „добро“ на тесту типа  $i$ , и претпостави се да су конкретно:  $p_1 = 0.3$ ,  $p_2 = 0.6$ ,  $p_3 = 0.9$ . Ако група добије оцену „добро“ подједнако је вероватно да ће наредни тест бити било ког типа, а ако добије оцену „лоше“ следећи тест је увек типа 1.
  - а) Моделирати описану ситуацију ланцем Маркова.
  - б) Одредити на колико часова (процентуално), гледано на дуже стазе, ова група студената ради тест типа 1. Одредити на ком броју тестирања (процентуално), гледано на дуже стазе, ова група студената добије оцену „добро“.На прошлом часу професор је дао тест типа 2, а на данашњем часу тест типа 3.
  - в) Одредити колико је (од данас), очекивано, потребно часова да прође док професор поново не да тест типа 3.
  - г) Израчунати вероватноћу да први следећи тест не буде типа 3, а да тест после њега буде типа 1.
5. [3 поена] Хомогени ланац Маркова има простор стања  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  и матрицу вероватноћа прелаза за један корак:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0 & 0 \end{pmatrix}$$

Извршити класификацију стања.