

СТОХАСТИЧКИ МОДЕЛИ У ОПЕРАЦИОНИМ ИСТРАЖИВАЊИМА

Први колоквијум – 9. децембар 2012.

Сваки задатак носи по 5 поена. Све вероватноће које се израчунавају изразити као децималне бројеве, са највише 5 децимала.

1. Пацијенти стижу у зубарску амбуланту у складу са Пуасоновим процесом са интензитетом $\lambda > 0$ посета по минути. Нека су I_1, I_2, I_3 , три узастопна временска интервала, дужине по један минут.
 - а) Израчунати вероватноћу да ниједан пацијент није дошао у амбуланту у току ова три временска интервала.
 - б) Израчунати вероватноћу да је тачно један пацијент дошао у току једног од поменутих три интервала, а да у преостала два интервала није било долазака пацијената у амбуланту.
 - в) Израчунати вероватноћу да је било су укупно три пацијента стигла у амбуланту у току ова три временска интервала, а да су тачно два доласка (од укупно три) била у току истог временског интервала.
 - г) Израчунати вредност λ за коју је вероватноћа, израчуната под в), највећа.
2. Драган је запослен у брокерској кући. Његово радно време почиње у 8 сати ујутру, а завршава се у 5 сати поподне. Он добија понуде за куповину акција у складу са Пуасоновим процесом. Познато је да је да је у току (било ког) временског интервала дужине 20min очекивани број добијених понуда једнак 2. Прво изразити интензитет λ Пуасоновог процеса (у складу са којим Драган добија понуде) као број понуда по погодној јединици мерења времена (минут, сат или сл), а затим:
 - а) израчунати вероватноћу да је до 8.30 добио 5 понуда, ако се зна да је до 10 сати добио 10 понуда;
 - б) израчунати вероватноћу да је до 10 сати добио 10 понуда, ако се зна да је до 8.30 добио 5 понуда;
 - в) израчунати вероватноћу да између добијања седме и осме понуде прође више од пола сата;
 - г) ако се зна да је Драган до 11 сати добио 25 понуда за куповину акција, израчунати математичко очекивање и дисперзију броја понуда које ће добити у последња два и по сата свог радног времена.
3. Процес производње може се описати на следећи начин: сваки део који се производи започиње процес производње у сектору I. Познато је да од делова који се нађу у сектору I: њих 20% треба дорадити, тј. они остају у сектору I, 10% делова се баца, а 70% делова прелази у сектор II. Такође, зна се да од делова који се нађу у сектору II: њих 5% се враћа у сектор I, 10% делова остаје на доради у сектору II, 5% делова се баца, а 80% делова се шаље у продавницу.
 - а) Формулисати одговарајући ланац Маркова за овај модел, тј. одредити простор стања $\mathcal{S}$, матрицу вероватноћа прелаза и нацртати припадни граф.
 - б) Израчунати вероватноће догађаја:
 - након трећег корака (тј. у тренутку 3) део је у сектору II, ако се зна да је након првог корака (тј. у тренутку 1) у сектору I
 - након првог корака (тј. у тренутку 1) део је у сектору II, након другог корака (тј. у тренутку 2) део је опет у сектору II, а након трећег корака (тј. у тренутку 3) део је бачен
 - након другог корака (тј. у тренутку 2) део је у продавници.
4. Бува скаче са темена троугла на суседно теме на следећи начин: ако је у теми i , онда са вероватноћом p_i скаче на теме у смеру казаљке на сату, односно са вероватноћом $q_i = 1 - p_i$ на теме у смеру супротном кретању казаљке на сату, $i = 1, 2, 3$. Ако је $p_1 = \frac{1}{2}$, $p_2 = p_3 = \frac{1}{4}$:
 - а) одредити матрицу вероватноћа прелаза за један корак и матрицу вероватноћа прелаза за два корака;
 - б) израчунати колики део времена (процентуално), гледано на дуге стазе, бува проведе у сваком теми троугла;
 - в) нека је бува последњи пут скочила у теме 3, израчунати очекивани број скокова док не стигне у теме 1.