

Сваки задатак носи по 5 поена.

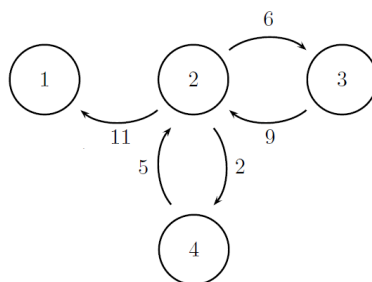
1. Након сваке поправке одређена веш-машина ради (тј. оперативна је) у временском периоду експоненцијално расподељене дужине, са очекивањем $\frac{1}{\lambda}$ недеља. Она се затим поквари, а квар може бити окарактерисан као један од два могућа типа: електронски квар или механички квар. Ако је у питању електронски квар, дужина трајања поправке је експоненцијално расподељена, са очекивањем $\frac{1}{\mu_1}$ дана; ако се ради о механичком квару, дужина трајања поправке је, такође, експоненцијално расподељена, са очекивањем $\frac{1}{\mu_2}$ дана. На бази претходних искустава познато је да је квар (независно од тога колико је дуго машина радила пре него што се он десио) у $K\%$ ситуација електронски, а у осталим случајевима је механички.

а) Описати систем одговарајућим ланцем Маркова; одредити простор стања $\mathcal{S}$ и матрицу Q .

б) Одредити (асимптотски – гледано на дуже стазе) проценат времена током кога веш-машина не ради услед механичког квара.

в) Човек сматра да се исплати купити веш-машину ако је она оперативна бар 95% времена (на дуже стазе). Да ли је, по овом критеријуму, исплатива веш-машина код које је: $\lambda = \frac{1}{10}$, $\mu_1 = \frac{1}{3}$, $\mu_2 = 1$, $K = 30$?

2. Посматра се ланац Маркова са непрекидним временом; простор стања је $\mathcal{S} = \{1, 2, 3, 4\}$ и дат је припадни граф са назначеним интензивностима (тј. брзинама) прелаза између одговарајућих стања:



а) Одредити матрицу P уметнутог дискретног ланца Маркова.

б) Да ли је описани ланац Маркова:

1. процес рађања и умирања
 2. процес чистог размножавања
 3. процес чистог умирања
 4. ниједан од понуђених процеса
- Одабрати тачно један од одговора и кратко образложити.

в) Израчунати очекивано време уласка система из стања 4 у апсорбујуће стање, ако такво стање постоји.

3. Авио-компанија има два шалтера, један шалтер је искључиво за путнике прве класе и бизнис класе, а други за путнике у економској класи. Дужине трајања опслуживања на оба шалтера су експоненцијално расподељене, са очекивањем од $3min$. Путници економске класе пристижу у складу са Пуасоновим процесом са интензитетом 18 путника по сату, док путници виших класа долазе у складу са Пуасоновим процесом, са очекиваним периодом између узастопних долазака од $4min$.

а) Да ли овакав начин опслуживања путника искључиво на одговарајућем шалтеру има практичних предности? Наиме, упоредити мере перформанси у описаној ситуацији и ситуацији у којој би се формирао један, јединствен ред за чекање, а сваки шалтер могао да опслужи путника из било које класе.

б) Одредити минималну вредност интензитета опслуживања (μ) на шалтеру, који је намењен путницима прве и бизнис класе, тако да вероватноћа да путник борави у систему дуже од $5min$ износи највише 0.1.

4. Локални богаташ размишља о томе да у склопу свог пословног објекта отвори и самоуслужну перионицу аутомобила, са N места за прање. На основу локације објекта процењено је да би просечно 2 аутомобила долазила у периодицу, у току једног сата. Познато је да је просечно трајање прања аутомобила $20min$. Претпоставља се да су дужина периода између два узастопна доласка аутомобила и дужина прања аутомобила експоненцијално расподељене и да су потенцијалне муштерије нестрпљиве, у смислу, да ако на свом доласку затекну сва места за прање заузета одмах возе даље (не задржавају се у перионици).

а) Поставити диференцијалне једначине за вероватноће $P_k(t)$.

б) Решити једначине из дела а) у стационарном случају.

в) Одредити колико најмање места за прање би требало предвидети, да би, гледано на дуже стазе, бар 85% муштерија успело да опере свој ауто. **Напомена:** није потребно решити одговарајућу неједначину, него испробавањем могућих вредности за N одредити тражени број.