

ДОМАЋИ ЗАДАТАК 2 – СТОХАСТИЧКИ МОДЕЛИ У ОПЕРАЦИОНИМ ИСТРАЖИВАЊИМА
децембар 2013.

1. Компанија има канцеларије у две зграде, између којих постоје три комуникационе линије. Комуникациона линија ради (независно од осталих), између два квара, у временском периоду, чија је дужина експоненцијално расподељена са очекивањем од 10 дана. Постоје два тима која врше поправку кварова линија. Сваком од њих потребна је експоненцијално расподељена количина времена за поправку, са очекиваним трајањем поправке од 2 дана.
 - а) Описати систем одговарајућим ланцем Маркова са непрекидним временом и одредити матрицу P уметнутог дискретног ланца Маркова.
 - б) Израчунати (асимптотски) проценат времена током кога је бар један тим заузет поправком.
 - в) Израчунати просечан број линија које су у квару, гледано на дуже стазе.
2. Популација броји N јединки, од којих неке имају инфекцију која се шири на следећи начин. Контакт између два члана ове популације дешава се у складу са Пуасоновим процесом са интензитетом $\lambda > 0$. Када се контакт догоди једнако је вероватно да су га оствариле било које две јединке из популације (тј. једнако је вероватно да се контакт десио у било ком од $\binom{N}{2}$ могућих парова јединки). Ако су у контакту биле јединка заражена инфекцијом и незаражена јединка, са вероватноћом p незаражена јединка постаје инфицирана. Једном инфицирана јединка остаје убудуће инфицирана. Нека $X(t)$ представља број инфицираних чланова популације у тренутку t .
 - а) Испитати да ли је $\{X(t), t \geq 0\}$ ланац Маркова са непрекидним временом, и ако јесте одредити инфинитезимални генератор Q , скицирати припадни граф и препознати ког је типа овај процес.
 - б) Ако је на почетку тачно једна јединка била инфицирана, израчунати очекивану количину времена која протекне док све јединке у популацији не постану заражене.
3. Купци стижу у малу продавницу у складу са Пуасоновим процесом, просечно њих 40 по сату. Они бивају услужени један по један, по реду којим долазе у радњу, при чему се зна да је трајање услуживања купца експоненцијално расподељено и независно од осталих. Када се у продавници налазе највише два купца, њих услужује власник радње, и очекивано трајање услуживања купца износи 2 min . Ако је, међутим, у радњи три или више купаца власнику помаже ћерка, и радећи заједно, смањује се очекивано трајање услуживања на 1 min . Претпостављајући да је капацитет продавнице такав да она може да прими четири купца:
 - а) описати систем одговарајућим ланцем Маркова и поставити диференцијалне једначине за вероватноће $P_k(t)$.
 - б) решити једначине из дела а) у стационарном случају
 - в) и да отац и ћерка примају плате, чији су износи пропорционални ефективној количини времена коју свако од њих проведе услужујући купце, ако се у току дана у продавници заради €100, како би они требало међусобно да поделе тај новац.
4. У $M|M|n$ систему за опслуживање, просечан интензитет долазака је 14 клијената по сату. За сваки сервер очекивана дужина трајања опслуживања клијента је 6 min . Циљ је постићи да највише 25% клијената мора да чека у реду, пре него што почне опслуживање. Одредити колико би минимално сервера требало да постоји у систему да би се достигао овај циљ.
5. У новинарској редакцији ради један преводилац. Кратки текстови за превод пристижу у складу са Пуасоновим процесом, просечно 50 по дану. Текстови се преводe по реду којим стижу и трајање преводјења једног текста је експоненцијално расподељено. Преводилац може да преведе просечно 60 текстова по дану. Дневница преводиоца је €60 а трошак задржавања текста код преводиоца процењен је на €3 по дану. Испитати да ли се исплати запослити још једног преводиоца (исте продуктивности).

БОНУС: Размотрити како би се могла симулирати и графички представити еволуција, током времена, броја клијената у $M|M|1$ систему масовног опслуживања.

Рок за предају домаћих задатака је: **27.12.2013.**