

- [5 поена] У банци раде два благајника: A и B , сваки за по једним шалтером. Претпостави се да када особа U уђе у банку тамо затекне особу V за једним шалтером и особу W за другим, и у току је њихово опслуживање. Познато је да ће особа U доћи на ред чим заврши особа V или особа W . Ако су дужине временских периода које благајник A , односно благајник B , проведу опслужујући свако свог клијента, независне, експоненцијално расподељене са очекивањем, редом, $5min$, односно $3.5min$, израчунати вероватноћу да ће од три поменута клијента (U, V, W) особа U последња напустити банку.
- [5 поена] Аутобуси на линији C долазе на одређено стајалиште у складу са Пуасоновим процесом са интензитетом λ по минути. Ако лице X уђе у аутобус на том стајалишту потребно му је тачно R минута (мерено од тренутка када је ушло у аутобус) да стигне кући; ако лице X не иде аутобусом, онда му је од стајалишта до куће потребно тачно W минута хода ($R, W > 0$ су константе). Претпостави се да лице X има обичај да кад стигне на стајалиште чека аутобус највише s минута и уколико он не дође за то време оно кући иде пешке.
Одредити очекивану дужину временског периода који протекне од тренутка када лице стигне на стајалиште до тренутка када дође кући.
Затим, посматрајући ту очекивану дужину као функцију од s , одредити када је она најмања.
Извести кратак закључак (у једној или две реченице) на основу добијених резултата.
- [2+2+2 поена] На столу су три кутије; једна од њих обојена је црвено, друга је бела, а трећа, преостала, је плаве боје. У црвеној кутији налази се један црвени кликер и четири плава кликера; кутија беле боје садржи три бела, два црвена и два плава кликера; у кутији обојеној плаво су четири бела, три црвена и два плава кликера. На почетку, из црвене кутије је на случајан начин одабран један кликер, забележена је његова боја и он је враћен у исту кутију. Даље, сваки пут дешава се следеће: ако је кликер одабран у претходном извлачењу плаве или беле боје, у првом следећем извлачењу кликер се на случајан начин бира из кутије обојене истом бојом као кликер одабран у претходном извлачењу; ако је кликер одабран у претходном извлачењу црвене боје онда се приликом следећег извлачења прво на случајан начин одабере једна од три кутије, па се тек онда, из ње, случајним избором извуче кликер. Након извлачења, забележи се боја одабраног кликера и он се врати у исту кутију из које је извучен.
а) Моделирати описану ситуацију ланцем Маркова (тј. дефинисати ланац, описати простор стања и одредити матрицу вероватноћа прелаза).
Користећи ланац Маркова из дела а) израчунати:
б) вероватноћу да у трећем извлачењу буде одабран бели кликер
в) вероватноћу да у петом извлачењу буде одабран црвени кликер, ако се зна да је у трећем извлачењу извучен плави кликер.
- [4 поена] Хомогени ланац Маркова има простор стања $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$ и дати припадни граф. Извршити класификацију стања.

