

1. (3 поена) Нека су V и W независне, експоненцијално расподељене случајне величине са параметрима $a > 0$ и $b > 0$, редом. Нека је случајна величина M дефинисана са $M = \min\{V, W\}$. Коришћењем својства одсуства сећања одредити $E(M \cdot V | M = W)$.
2. (3 поена) Мајстор је купио батеријску лампу, којој су потребне две исправне батерије да би била оперативна. Он поседује пет исправних батерија, нумерисаних бројевима од 1 до 5, од којих свака има експоненцијално расподељену дужину радног века, са очекивањем 100 сати, независно од осталих. Мајстор ставља у лампу прво батерије 1 и 2, а убудуће, када нека од батерија у лампи откаже, замењује је исправном батеријом нумерисаном најмањим бројем међу преосталим (резервним) батеријама (све резервне батерије су исправне, тј. својства батерија се не мењају док стоје у резерви). Случајна величина N је број којим је нумерисана последња исправна батерија у тренутку када је лампа престала да буде оперативна. Одредити расподелу случајне величине N .
3. (3 поена) Клијенти долазе у банку у складу са Пуасоновим процесом са интензитетом 12 клијената у току једног сата. Банка се отвара у 9h. Одредити која је од следећих ситуација највероватнија:
 - A - у првих 10 минута рада банке дошло је укупно двоје клијената
 - B - у наредних 10 минута (тј. од 9:10 до 9:20) дошло је троје нових клијената, ако се зна да их је у првих 10 минута дошло тачно двоје
 - C - у првих 10 минута рада банке дошло је укупно двоје клијената, ако се зна да их је у првих 20 минута од отварања дошло тачно петоро.

Ојлеров број: $e \approx 2.71828$

4. (3 поена) Муштерије долазе у обућарску радњу у складу са Пуасоновим процесом са интензитетом 3 муштерије у току једног сата. Радно време обућара је од 7h, али се он јутрос успавао и отворио радњу тек у 8:30. Ако се зна да је само једна муштерија дошла до радње у овом периоду, израчунати очекивану количину времена коју је она провела чекајући обућара.
5. (3 поена) Понавља се експеримент бацања хомогене нумерисане коцкице за игру. Испитати да ли је неки од следећих случајних низова ланац Маркова и ако јесте одредити простор стања S и матрицу $\mathbb{P}$ вероватноћа прелаза за један корак:
 - а) X_n - највећи број који је добијен до n -тог бацања коцкице
 - б) Y_n - број бацања (од тренутка n) док се не добије (прва следећа) шестица.