

1. (10 поена) Задата су три посла која би требало да буду обрађена, при чему је дужина обраде i -тог посла експоненцијално расподељена сл. величина са параметром μ_i , $i = 1, 3$, независно од осталих послова. На располагању су два процесора, тако да у почетном тренутку ($t = 0$) истовремено стартују обраде два посла (сваки процесор је задужен за по један посао), док обрада преосталог посла стартује одмах по завршетку обраде неког од иницијалних послова.
 - а) Нека је са $P_{i,j}$ означена вероватноћа да је посао који ће последњи бити завршен или посао 1 или посао 2, ако се зна да су i и j иницијални послови. Упоредити вероватноће $P_{1,2}$ и $P_{1,3}$ у ситуацији када је познато: $\mu_1 = \mu_2 =: \mu$, $\mu_3 =: \lambda$.
 - б) Нека је T_i временски тренутак у $\mathbb{R}_+$ у коме је завршена обрада i -тог посла. Ако је циљ минимизација мат. очекивања збира $\sum_{i=1}^3 T_i$ одредити редне бројеве послова које би требало иницијално обрађивати у ситуацији када је познато: $0 < \mu_2 < \mu_1 < \mu_3$.
2. (10 поена) Девојчица почиње сакупљање фигурица које се налазе у чашама њеног омиљеног сладоледа. Постоји укупно пет различитих фигурица, а тачно једна фигурица налази се на дну сваке чаше.
 - а) Ако је избор фигурице, која се фабрички ставља у појединачну чашу, случајан (тј. са једнаком вероватноћом):
 - моделирати описану ситуацију ланцем Маркова (дефинисати ланац, одредити скуп стања $\mathcal{S}$ и матрицу вероватноћа прелаза за један корак $\mathbb{P}$);
 - одредити мат. очекивање и дисперзију укупног броја сладоледа које ће девојчица појести док не сакупи свих пет фигурица.
 - б) Сада се претпостави да је фигурица Z врло ретка – ставља се у само 4% броја чаша које изађу на тржиште, док се преостале четири фигурице појављују са међусобно једнаким вероватноћама. Како би у овом случају требало да изгледа модел марковског ланца (дефинисати ланац, описати стања, одредити кардиналност скупа стања $\mathcal{S}$)?
3. (10 поена) Како би зарадио нешто додатног новца студент увече ради у киоску који продаје најбоље кокице у граду (он је једини запослени). Купци долазе до киоска у складу са Пуасоновим процесом са интензитетом λ купаца по сату. Студент их услужује једног по једног, по редоследу долазака. Дужине трајања опслуживања су експоненцијално расподељене сл. величине са очекивањем 4 min .
 - а) Ако је просечан број купаца у описаном систему опслуживања (у произвољном тренутку, када је систем достигао равнотежно стање) једнак 2 одредити интензитет улазног потока λ .

Користећи вредност λ израчунату под а) одредити:

- б) вероватноћу непразног реда за чекање;
- в) вероватноћу да купац чека у реду дуже од 5 min ;
- г) за колико најмање процената би требало да се убрза студент како очекивана укупна количина времена коју купац проведе у овом систему не би била већа од 7.5 min .
- д) Киоск је премештен на бољу локацију, услед чега се интензитет улазног потока удвостручио. Власник киоска размишља да ли да запосли још једног 'новог' студента који би услуживао купце истом брзином као и 'стари' (са очекивањем 4 min за једног купца), али није одушевљен овом идејом. Да ли би била мудра одлука да заиста не запосли додатног радника (прокоментарисати шта би се у будућности дешавало са системом)?