

СЛУЧАЈНИ ПРОЦЕСИ Први колоквијум - 16. април 2015.

- Нека је $\{\xi(t), t \geq 0\}$ Пуасонов процес са интензитетом $\lambda > 0$ и нека је τ_i тренутак реализације i -тог догађаја у овом процесу, $i \in \mathbb{N}$. Одредити:
 - вероватноћу $P\{\xi(1) \geq 1 | \xi(2) > 2\}$
 - густину расподеле случајног вектора (τ_1, τ_2) при услову $\xi(s) = 2$, где је $s > 0$ фиксирано.
- Нека је $\mathbf{X} = \{X(t), t \geq 0\}$ Пуасонов процес са интензитетом $\mu = 1$.
 - Нека је случајна величина $Y(t)$ дефинисана са $Y(t) = 3X(t) - X(3t)$, $t \geq 0$. Испитати да ли је случајан процес $\{Y(t), t \geq 0\}$ стационаран.
 - Нека је τ_3 тренутак реализације трећег догађаја у процесу $\mathbf{X}$ и нека је случајна величина V дата са $V = X(3\tau_3)$. Одредити расподелу вероватноће случајне величине V .
- Нека су $\{W_1(t), t \geq 0\}$ и $\{W_2(t), t \geq 0\}$ независни стандардни Винерови процеси. Нека је, даље, случајан процес $\{Z(t), t \in \mathbb{R}\}$ дефинисан са $Z(t) = \begin{cases} W_1(t), & \text{за } t \geq 0 \\ W_2(-t), & \text{за } t < 0 \end{cases}$.
 - Одредити корелациону функцију процеса $\{Z(t), t \in \mathbb{R}\}$.
 - Ако је $0 < a < b$ одредити која је вероватноћа већа: $p_1 := P\left\{Z(a) \geq \frac{1}{b}\right\}$ или $p_2 := P\left\{Z(b) \geq \frac{1}{a}\right\}$.
- Испитати тачност следећих тврђења:
 - Ако је $\{X(t), t \in T\}$ реалан случајан процес са некорелираним прираштајима онда је $\{Y(t), t \in T\}$, дефинисан са $Y(t) = X(t) - EX(t)$, $t \in T$, случајан процес са ортогоналним прираштајима.
 - Ако је $\{X(t), t \in \mathbb{R}\}$ реалан случајан процес са независним и стационарним прираштајима и $\{Z(t), t \in T\}$ реалан случајан процес са независним прираштајима онда случајан процес $\{Y(t), t \in T\}$, дефинисан са $Y(t) = X(Z(t))$, $t \in T$, такође има независне прираштаје.

СЛУЧАЈНИ ПРОЦЕСИ Први колоквијум - 16. април 2015.

- Нека је $\{\xi(t), t \geq 0\}$ Пуасонов процес са интензитетом $\lambda > 0$ и нека је τ_i тренутак реализације i -тог догађаја у овом процесу, $i \in \mathbb{N}$. Одредити:
 - вероватноћу $P\{\xi(1) \geq 1 | \xi(2) > 2\}$
 - густину расподеле случајног вектора (τ_1, τ_2) при услову $\xi(s) = 2$, где је $s > 0$ фиксирано.
- Нека је $\mathbf{X} = \{X(t), t \geq 0\}$ Пуасонов процес са интензитетом $\mu = 1$.
 - Нека је случајна величина $Y(t)$ дефинисана са $Y(t) = 3X(t) - X(3t)$, $t \geq 0$. Испитати да ли је случајан процес $\{Y(t), t \geq 0\}$ стационаран.
 - Нека је τ_3 тренутак реализације трећег догађаја у процесу $\mathbf{X}$ и нека је случајна величина V дата са $V = X(3\tau_3)$. Одредити расподелу вероватноће случајне величине V .
- Нека су $\{W_1(t), t \geq 0\}$ и $\{W_2(t), t \geq 0\}$ независни стандардни Винерови процеси. Нека је, даље, случајан процес $\{Z(t), t \in \mathbb{R}\}$ дефинисан са $Z(t) = \begin{cases} W_1(t), & \text{за } t \geq 0 \\ W_2(-t), & \text{за } t < 0 \end{cases}$.
 - Одредити корелациону функцију процеса $\{Z(t), t \in \mathbb{R}\}$.
 - Ако је $0 < a < b$ одредити која је вероватноћа већа: $p_1 := P\left\{Z(a) \geq \frac{1}{b}\right\}$ или $p_2 := P\left\{Z(b) \geq \frac{1}{a}\right\}$.
- Испитати тачност следећих тврђења:
 - Ако је $\{X(t), t \in T\}$ реалан случајан процес са некорелираним прираштајима онда је $\{Y(t), t \in T\}$, дефинисан са $Y(t) = X(t) - EX(t)$, $t \in T$, случајан процес са ортогоналним прираштајима.
 - Ако је $\{X(t), t \in \mathbb{R}\}$ реалан случајан процес са независним и стационарним прираштајима и $\{Z(t), t \in T\}$ реалан случајан процес са независним прираштајима онда случајан процес $\{Y(t), t \in T\}$, дефинисан са $Y(t) = X(Z(t))$, $t \in T$, такође има независне прираштаје.