

II колоквијум из случајних процеса ,
Математички факултет, јун 2014.

1. Случајна величина X има $U[0, 1]$ расподелу, и $Y(t) = \max(X, t)$, $t \in [0, 1]$. Одредити корелациону функцију $K(s, t)$ случајног процеса $\{Y(t), t \in [0, 1]\}$. Испитати L^2 –непрекидност и L^2 –диференцијабилност случајног процеса $\{Y(t), t \in [0, 1]\}$. (2+3+3)

2. Нека је $\{X_n, n \geq 0\}$ Марковљев ланац са скупом стања $S = \{1, 2, 3\}$ и матрицом преласка

$$P = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}.$$

Нека је $N = \inf\{n \in \mathbf{N}, X_n = 3\}$. Одредити $E(N|X_0 = 1)$. (8)

3. Нека је $\{W(t), t \geq 0\}$ стандардан Винеров процес.

а) Одредити вероватноћу $Q(a, b, c) = P\{W(t) > c, \text{ за } t \in [a, b]\}$, где је $c > 0$ и $0 < a < b$. (5)

б) Одредити вероватноћу $P\{W(t) \in [1, 2], \text{ за } t \in [0, 4]\}$. (3)

4. Нека су Y_1 и Y_2 независне случајне величине са $\mathcal{N}(0, 1)$ расподелом и c константа таква да је

$$X(t) = Y_1 \cos ct + Y_2 \sin ct, t \in \mathbb{R}$$

. Испитати строго и слабу стационарност случајног процеса $\{X(t), t \in \mathbb{R}\}$. (4+2)

II колоквијум из случајних процеса ,
Математички факултет, јун 2014.

1. Случајна величина X има $U[0, 1]$ расподелу, и $Y(t) = \max(X, t)$, $t \in [0, 1]$. Одредити корелациону функцију $K(s, t)$ случајног процеса $\{Y(t), t \in [0, 1]\}$. Испитати L^2 –непрекидност и L^2 –диференцијабилност случајног процеса $\{Y(t), t \in [0, 1]\}$. (2+3+3)

2. Нека је $\{X_n, n \geq 0\}$ Марковљев ланац са скупом стања $S = \{1, 2, 3\}$ и матрицом преласка

$$P = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}.$$

Нека је $N = \inf\{n \in \mathbf{N}, X_n = 3\}$. Одредити $E(N|X_0 = 1)$. (8)

3. Нека је $\{W(t), t \geq 0\}$ стандардан Винеров процес.

а) Одредити вероватноћу $Q(a, b, c) = P\{W(t) > c, \text{ за } t \in [a, b]\}$, где је $c > 0$ и $0 < a < b$. (5)

б) Одредити вероватноћу $P\{W(t) \in [1, 2], \text{ за } t \in [0, 4]\}$. (3)

4. Нека су Y_1 и Y_2 независне случајне величине са $\mathcal{N}(0, 1)$ расподелом и c константа таква да је

$$X(t) = Y_1 \cos ct + Y_2 \sin ct, t \in \mathbb{R}$$

. Испитати строго и слабу стационарност случајног процеса $\{X(t), t \in \mathbb{R}\}$. (4+2)