

1 МАТЕМАТИКА 1 - 2020/2021

Писмени испит из Математике 1 - 22.09.2021. године

- Дат је комплексан број $z = 2^{-16}(\sqrt{3} - i)^{15}(\sqrt{3} + i)$. Одредити $\sqrt[4]{z-1}$.
Решења записати у алгебарском облику.
- Дата је права $q: \begin{cases} y - 2x - 3 = 0 \\ z - 2x = 0 \end{cases}$ и раван $\beta: x - y - 3z - 4 = 0$. Одредити праву p која припада равни β , пролази кроз тачку продора праве q кроз раван β и нормална је на праву q .
- а) Дате су функције $a(x) = \pi^x$, $b(x) = x^e$ и $c(x) = \pi^e$. Израчунати $a'(x)$, $b'(x)$ и $c'(x)$.
б) Израчунати $f'(x)$, ако је функција $f(x) = x^{x^e}$.
- Испитати ток и скицирати график $f(x) = \frac{x^4}{(x-2)^3}$.
- Израчунати $\int \frac{3x^2 + 8}{x^3 + 4x^2 + 4x} dx$.
- Израчунати површину lika у равни ограниченог са $y^2 = 2x + 1$ и $y = 2x - 1$.

Писмени испит из Математике 1 - 06.09.2021. године

- Наћи сва решења једначине $z^3 = \frac{1-3i}{1+i} - \frac{2i}{1-i}$. Решења записати у алгебарском облику.
- Дате су праве $p: \begin{cases} x + y - 2z = 6 \\ y - 5z = 0 \end{cases}$ и $q: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{\lambda} = \frac{z}{1}$.
Одредити вредност реалног параметра λ тако да се праве p и q секу и наћи пресечну тачку.
За добијену вредност λ наћи једначину равни α која садржи праве p и q .
- Одредити Тејлоров полином трећег степена функције $f(x) = \arctg x$ у околини $x = 0$.
- Испитати ток и скицирати график $f(x) = \frac{1}{e^x - 1}$.
- Израчунати $\int \frac{\ln(x^2 + 1)}{(x+1)^2} dx$.
- Израчунати дужину криве $f(x) = \sqrt{x-x^2} - \arcsin \sqrt{x}$ на њеном домену.

Писмени испит из Математике 1 - 23.08.2021. године

- Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи $64 \mid 3^{2n+3} + 40n - 27$.
- Ако је $(\vec{a} + 3\vec{b}) \perp (7\vec{a} - 5\vec{b})$ и $(\vec{a} - 4\vec{b}) \perp (7\vec{a} - 2\vec{b})$, одредити угао који заклапају вектори $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
- Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt[3]{3} + \dots + \sqrt[n]{n}}{n}$.
- Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$.
- Израчунати $\int \frac{x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - x}{(x-1)^2(x^2+1)} dx$.
- Израчунати површину lika у равни ограниченог кривама $y = |x|$, $y = (x+1)^2 - 7$, $x = -4$.

Писмени испит из Математике 1 - 12.07.2021. године

- Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{n^2 + 3n + 2} = \frac{n}{2n + 4}.$$

- Дати су вектори $\vec{a} = (2, 1, 3)$, $\vec{b} = (1, 1, 1)$, $\vec{c} = (7, 5, 9)$ и $\vec{d} = (2p, 2 - p, -3)$, $p \in \mathbb{R}$.
 - Израчунати $\cos \angle(\vec{a}, \vec{c})$, $(5\vec{a} - \vec{c}) \times \vec{b}$ и $\text{pr}_{\vec{b}} \vec{a}$.
 - Одредити реалан параметар p тако да вектори $\vec{a} + \vec{c}$ и $\vec{d}$ буду ортогонални.
 - Доказати да су вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ копланарни и изразити $\vec{c}$ као линеарну комбинацију вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

3. Израчунати: а) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5^n - 8^n}{8^{n+2} + 5^{n+1}}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - x}{x-3}$. (без примене Лопитала)
4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt{(x^2 - 9)^3}$.
5. Израчунати $\int \frac{2 - \sin x}{2 + \cos x} dx$.
6. Израчунати запремину тела добијеног ротацијом lika у равни ограниченог са $y = 2x - x^2$, $y = 0$, $x = 0$ и $x = 1$ око праве $x = 0$.

Писмени испит из Математике 1 - 29.06.2021. године

1. Нека је $z_1 = -1 + 5i$ и $z_2 = 2 - \frac{i+3}{i+2}$. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = \frac{z_1}{z_2}$.
2. Дате су праве $p: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}$ и $q: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$ и раван $\beta: 5x - 2y - z + 1 = 0$.
а) Одредити једначину равни α која садржи праву p и паралелна је са правом q .
б) Одредити растојање равни β од праве q .
3. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x}{\ln x - 1}$.
4. Израчунати $\int \frac{3\sqrt{x+2} + 8}{\sqrt[3]{x+2} + 1} dx$.
5. а) Одредити једначину тангенте t на параболу $\mathcal{P}: y^2 = 16 - 2x$ у тачки $A(6, 2)$.
б) Одредити површину lika у равни ограниченог параболом $\mathcal{P}$, тангентом t и x осом.

Писмени испит из Математике 1 - 18.02.2021. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \geq 3$ важи $(1 - \frac{1}{3}) \cdot (1 - \frac{1}{4}) \cdots (1 - \frac{1}{n}) = \frac{2}{n}$.
2. а) Одредити модуо и аргумент комплексног броја $z = (3 - 4i)^{2021}$.
б) Доказати да је $\sqrt[n]{i}$ реалан број.
3. Наћи полуосе, жиже, ексцентрицитет и асимптоте хиперболе $\mathcal{H}: 4(x - 18)^2 - 5(y + 21)^2 = 20$.
4. Одредити једначину заједничке нормале као и растојање мимоилазних правих $p: \frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-12}{-1}$ и $q: \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$.
5. Израчунати: а) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 \sin(2021n^{2021})}{n^{2021}}$, б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2^x}{x - 2}$. (Без Лопитала)
6. Израчунати извод функције $f(x) = \frac{(\cos x)^{\sin x}}{\arcsin x}$.
7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \arctg\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$.
8. Израчунати $\int \frac{dx}{(2 + \cos x) \sin x}$.
9. Израчунати дужину лука криве $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$ на интервалу $[2, 4]$.
10. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\int_{-\infty}^0 (11x^2 - 5x + 1994)e^x dx$.

Студенти који полажу 1.колоквијум раде задатке 1, 2, 3, 4 и 5.

Студенти који полажу 2.колоквијум раде задатке 6, 7, 8, 9 и 10.

Студенти који полажу цео испит раде задатке 2, 4, 5, 7, 8 и 9.

Писмени испит из Математике 1 - 08.02.2021. године

1. Математичком индукцијом доказати да за свако $n \in \mathbb{N}$ важи $7 \mid 11^{n+1} + 5^{2n-1}$.
2. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = (-3 - i\sqrt{3})^{21} + i^i$.
3. Одредити једначине тангенти на елипсу $\mathcal{E}: 2x^2 + 5y^2 = 20$ из тачке $A(10, 2)$.
4. Дате су тачке $A(1, 2, 3)$, $B(-1, 0, 2)$, $C(1, 3, 0)$ и $D(0, -1, 5)$.
а) Одредити једначину нормале n из тачке D на раван ABC .
б) Израчунати запремину тетраедра $ABCD$.
5. Израчунати: а) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2021n}{n^2 + 1} + \frac{2021n}{n^2 + 2} + \cdots + \frac{2021n}{n^2 + 3n} \right)$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(1 - (2021)^{5x})}{\ln(1 + 2021x)}$. (Без Лопитала)

6. Одредити Тејлоров полином трећег степена функције $f(x) = \ln(1 + \sin x)$ у околини $x = 0$.
7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$.
8. Израчунати $\int \frac{4x^2 + 23x + 25}{x^3 + 10x^2 + 25x} dx$.
9. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом око x -осе фигуре ограничене са $2y = 4 - x^2$ и $x + y = 2$.
10. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\int_8^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)\arctg^{2021} x}$.

Студенти који полажу 1. колоквијум раде задатке 1, 2, 3, 4 и 5.

Студенти који полажу 2. колоквијум раде задатке 6, 7, 8, 9 и 10.

Студенти који полажу цео испит раде задатке 2, 4, 5, 7, 8 и 9.

Други колоквијум из Математике 1 - 17.01.2021. године

1. а) Израчунати извод функције $f(x) = e^{\sin x} \cdot (\cos x)^{x^2}$.
 б) Израчунати y_x'' параметарске функције $x(t) = 2t^4 - 2021$, $y(t) = 2021 + \ln(t^2)$.
2. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = e^{\frac{x}{x-1}} - 1$.
3. Израчунати $\int \frac{1 + \sqrt[4]{x}}{x + \sqrt{x}} dx$.
4. Израчунати површину лика у равни ограниченог са $y^2 = x + 1$ и $x + y = 1$.
5. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\int_0^{+\infty} e^{-x} \sin(2x) dx$.

Први колоквијум из Математике 1 - 26.12.2020. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи

$$5 + 8 + 11 + \dots + (3n + 2) = \frac{n(3n + 7)}{2}.$$

2. Решити једначину $z^6 + 2020 = 0$. Сва решења написати у алгебарском облику.
3. Одредити једначине тангенти на елипсу $\mathcal{E} : x^2 + 3y^2 = 28$ у пресечним тачкама са правом $p : 5x - 3y - 14 = 0$.
4. Одредити $\lambda \in \mathbb{R}$ тако да се праве $p : \frac{x-9}{4} = \frac{y-4}{2} = \frac{z}{-1}$ и $q : \frac{x-2}{\lambda} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$ секу.
 Наћи једначину нормале n на праве p и q која пролази кроз њихову пресечну тачку.
5. Израчунати: а) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3n^2 - 2n + 3}{3n^2 - 2n - 5} \right)^{\frac{n^4 - 4}{n^2 + 9}}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{5x^2} - \cos(3x)}{\ln(1 - 5x^2)}$.

2 МАТЕМАТИКА 1 - 2019/2020

Писмени испит из Математике 1 - 15.09.2020. године

1. Одредити модуло, аргумент, реални и имагинарни део комплексног броја $z = (i\sqrt{3} - 1)^{2020}$.
2. Дате су тачке $A(1, -2, 1)$, $B(2, 3, 1)$, $C(-1, -6, 3)$ и $D(1, 2, 3)$.
 а) Да ли су ове тачке копланарне?
 б) Одредити једначину равни α која садржи тачке A , B и C .
3. Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{16n^4 + 1}} + \frac{1}{\sqrt[4]{16n^4 + 2}} + \frac{1}{\sqrt[4]{16n^4 + 3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[4]{16n^4 + 2020n}}$.
4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \ln \left(\frac{x-4}{1-x} \right)$.
5. Израчунати $\int x \cdot \arctg x dx$.
6. Израчунати запремину тела насталог ротацијом лика у равни ограниченог са $x^2 = 9 - 3y$ и $x = 3 - y$ око праве $y = 0$.

- Решити једначину $(2 + 5i)z^3 - 2i + 5 = 0$.
- Дате су праве $a : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ и $b : \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{0}$ и раван $\alpha : 2x + y + z + 1 = 0$.
 - Одредити једначину праве p која садржи тачке A и B , где је A пресечна тачка праве a и равни α , а B пресечна тачка правих a и b .
 - Одредити једначину равни β која је паралелна са α и садржи тачку B .
- Израчунати извод имплицитно задате функције $y = y(x)$ ако је $xy + \sin y = e^{x+y}$.
 - Израчунати извод y'_x параметарски задате функције $x(t) = \sqrt{t} \cos t$, $y(t) = \sqrt{t} \sin t$.
- Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+2}}$
- Израчунати $\int \frac{x^3 + 6x^2 + 8x + 18}{(x+1)^2(x^2+4)} dx$.
- Израчунати површину lika у равни ограниченог са $y = x + 1$ и $x = 1 - y^2$.

- Математичком индукцијом доказати да за свако $n \in \mathbb{N}$ важи $9 \mid 4^n + 15n - 1$.
- Дате су права $p : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{1}$ и раван $\alpha : 5x - y + 2z = 3$.
 - Одредити једначину праве q која садржи координатни почетак и пресечну тачку p и α .
 - Одредити једначину равни β која садржи праву p и нормална је на раван α .
- Израчунати: а) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2 + 5}{n^2 - 2} \right)^{\frac{2n^2}{n+1}}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-3x)}{\sin(1-e^{-2x})}$ (Без Лопиталовог правила).
- Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \arctg \left(\frac{x+2}{x-1} \right)$
- Израчунати $\int \frac{(1 - \sin x) \cos x}{(\sin x + 1)(\sin^2 x + 1)} dx$.
- Израчунати запремину тела добијеног ротацијом lika у равни ограниченог са $xy = 4$, $y = \sqrt{2x}$ и $y = 0$ око x -осе.

- Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = \left(\frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2 - 2i} \right)^{2020}$.
- Одредити једначину заједничке нормале и међусобно растојање мимоилазних правих

$$p : \frac{x-9}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{1} \quad \text{и} \quad q : \frac{x}{-2} = \frac{y+7}{9} = \frac{z-2}{2}.$$
- Одредити Тејлоров полином трећег степена функције $f(x) = (x^2 + x - 1)e^{-x}$ у околини $x_0 = 0$.
- Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x}{1 + \ln x}$.
- Израчунати $\int \sqrt{x} \ln^2 x dx$.
- Израчунати дужину лука криве $f(x) = \ln \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$, $1 \leq x \leq 2$.

- Одредити модуо и аргумент комплексног броја $z = \left(1 + \cos \frac{3\pi}{8} + i \sin \frac{3\pi}{8} \right)^8$.
- Одредити једначину праве p која садржи $A(1, -2, 1)$ и паралелна је правој $q : \begin{cases} x - y + z = 4 \\ 2x + y - 2z = -5 \end{cases}$.

3. Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+13}{\sqrt{4n^4+3}} + \frac{n+13}{\sqrt{4n^4+6}} + \dots + \frac{n+13}{\sqrt{4n^4+6n-3}} + \frac{n+13}{\sqrt{4n^4+6n}} \right)$.
4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^2+5x}{x^2+2x+1}$.
5. Израчунати $\int \frac{8 \cos x}{2 \cos^2 x - 6 \sin^2 x} dx$.
6. Израчунати површину lika у равни ограниченог са $xy = 4$, $y = 2x$ и $x = 2y$ у првом квадранту.

Писмени испит из Математике 1 - 05.02.2020. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{n^2 + 3n + 2} = \frac{n}{2n + 4}.$$

2. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = (-3 + \sqrt{3}i)^{2020}$.
3. Одредити једначину хиперболе $\mathcal{H}$ са центром у $O(0,0)$ ако су праве $t_1 : x - y - 1 = 0$ и $t_2 : 5x - 7y - 1 = 0$ њене тангенте.
4. Одредити једначину равни α која садржи праву $p : x - y + z = -1$, $x + y - z = -1$ и нормална је на раван $\beta : 2x - y + 5z - 3 = 0$.
5. Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)}{n^2}$.
6. Израчунати извод функције $f(x) = e^{(\sin x) \cos x}$.
7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{e^{-x}}{1-x}$.
8. Израчунати $\int \frac{\sqrt{x+2020}}{1 + \sqrt[3]{x+2020}} dx$.
9. Израчунати дужину лука криве $f(x) = \sqrt{x-x^2} + \arcsin \sqrt{x}$, $x \in (0,1)$.
10. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(\arctg x)^2}{1+x^2} dx$.

Студенти који поправљају први колоквијум раде задатке 1, 2, 3, 4 и 5.

Студенти који поправљају други колоквијум раде задатке 6, 7, 8, 9 и 10.

Студенти који полажу цео испит раде задатке 2, 4, 5, 7, 8 и 9.

На вежбанци ОБАВЕЗНО написати који део се полаже.

Писмени испит из Математике 1 - 18.01.2020. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи $9 \mid 4^{n+1} + 6n + 5$.
2. Решити једначину $z^4 = -2 + 2\sqrt{3}i$.
3. Наћи полуосе, жиже, ексцентрицитет и асимптоте хиперболе $\mathcal{H} : 4(x-3)^2 - 9(y+1)^2 = 36$.
4. Испитати међусобни положај правих $p : \frac{x-3}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$ и $q : 2x + y - z = 1$, $3x - y = 1$.
Одредити њихово међусобно растојање или, ако се секу, координате пресечне тачке.
5. Израчунати: а) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^3 + 6n^2 + 14n - 5}{n^3 - 4n^2 + 3} \right)^n$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+2x)^e - e^{3x}}{\sin(5x)}$ (без Лопиталовог правила!).
6. Одредити извод имплицитно задате функције $y = y(x)$ ако је $e^y \cos(3x) + \pi(1+x^3)^2 = y^4 \arctg(2x) + \ln(3)$.
7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2}$.
8. Израчунати $\int \frac{2x^5 + 6x^3 + 1}{x^4 + 3x^2} dx$.
9. Израчунати површину lika у равни који је ограничен са $y^2 = 2x + 1$ и $y = 2x - 1$.
10. Израчунати $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$.

Студенти који поправљају први колоквијум раде задатке 1, 2, 3, 4 и 5.

Студенти који поправљају други колоквијум раде задатке 6, 7, 8, 9 и 10.

Студенти који полажу цео испит раде задатке 1, 4, 5, 7, 8 и 9.

На вежбанци ОБАВЕЗНО написати који део се полаже.

Други колоквијум из Математике 1 - 12.01.2020. године

1. а) Развити функцију $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ у Тејлоров полином трећег степена у околини $x = 0$.
б) Одредити $A \in \mathbb{R}$ такав да функција $g(x) = \begin{cases} \frac{\ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - x}{x^3}, & x < 0; \\ -\frac{2}{A} \cos x, & x \geq 0. \end{cases}$ буде непрекидна.
2. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{x+1}\right)$.
3. Израчунати $\int \frac{\operatorname{tg} x}{(1 + \cos x)^2} dx$.
4. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом $x^2 = 9 - 3y$, $y = -2x + 6$, $x = 0$ око y -осе.
5. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\int_0^{+\infty} (12x^2 + 795x + 1201)e^{-x} dx$.

Први колоквијум из Математике 1 - 23.11.2019. године

1. Доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи $1 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 7 + \dots + n(n+4) = \frac{n(n+1)(2n+13)}{6}$.
2. Одредити реални и имагинарни део, модуло и аргумент комплексног броја $z = e^{e - \pi + \frac{2019\pi}{4}i}$.
3. Наћи једначине тангенти на параболу $\mathcal{P} : (y-1)^2 = 4(x+1)$ у пресечним тачкама са правом $p : 2x + y - 3 = 0$. Скицирати слику.
4. Дате су раван $\alpha : x + y - z + 1 = 0$ и права $p : \frac{x-1}{0} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$. Одредити:
а) заједничку тачку M праве p и равни α .
б) једначину равни β која садржи праву p и нормална је на раван α .
5. Израчунати: а) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+1) \sin(3^n(n! + n^2))}{\sqrt{n^4 + 3n^2 - 1}}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \operatorname{tg} x)}{e^x - 1}$.

Писмени испит из Математике 1 – 23.09.2019. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи

$$\frac{1 \cdot 2!}{2} + \frac{2 \cdot 3!}{2^2} + \dots + \frac{n \cdot (n+1)!}{2^n} = \frac{(n+2)!}{2^n} - 2.$$

2. Одредити једначину равни α која садржи праву $p: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+8}{-4}$ и нормална је на праву $q: \frac{x+2}{5} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{2}$. Одреди растојање равни α од праве $r: \frac{x-8}{1} = \frac{y+7}{1} = \frac{z-4}{-1}$.

3. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}}$.

4. Израчунати $\int \frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt[3]{2x-3}+1} dx$.

5. Израчунати површину lika у равни ограниченог са $y^2 = x$ и $3y^2 = 2(x+2)$.

Писмени испит из Математике 1 – 13.09.2019. године

1. Решити једначину $z^5 + 1 - \sqrt{3}i = 0$.

2. а) Одредити једначину равни α која садржи праву $l: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{1}$ и нормална је на раван $\beta: 2x + y + 3z + 5 = 0$.

- б) Одредити једначину нормале из тачке $A(13, 09, 2019)$ на раван β .

3. Израчунати

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1309}{\sqrt[2019]{n^{2019}+1}} + \frac{1309}{\sqrt[2019]{n^{2019}+2}} + \dots + \frac{1309}{\sqrt[2019]{n^{2019}+n}} \right).$$

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \ln \frac{2x-1}{x+2}$.

5. Израчунати $\int \frac{dx}{4 \sin x + 3 \cos x + 5}$.

Писмени испит из Математике 1 – 23.08.2019. године

1. Доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи $\frac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \dots + \frac{2n+1}{n^2 \cdot (n+1)^2} = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$.

2. Одредити једначину равни α која садржи праву $p: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+8}{-4}$ и нормална је на праву $q: \frac{x+2}{5} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{2}$. Одреди растојање равни α од праве $r: \frac{x-8}{1} = \frac{y+7}{1} = \frac{z-4}{-1}$.

3. Испитати непрекидност и одредити тип прекида функције $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[5]{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1}, & x < 0; \\ \frac{x+5}{|x-3|}, & 0 \leq x \leq 1; \\ \frac{\ln x}{(x-1)^2}, & x > 1. \end{cases}$

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{e^{-x}}{1-x}$.

5. Израчунати $\int \frac{3x^2 - 2x + 5}{x^3 - x^2 + 2x - 2} dx$.

Писмени испит из Математике 1 – 05.07.2019. године

1. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = (-\sqrt{2} + i\sqrt{6})^{2019}$.

2. Написати једначину праве p која садржи тачку $A(1, 1, 1)$ и паралелна је правој BC , где је $B(1, 2, 3)$ и $C(5, 0, 2)$. Одредити реалан параметар λ такав да тачка $D(-3, \lambda + 2, 2)$ припада правој p .

3. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}}$.

4. Израчунати $\int \frac{1+x \ln(1+x^2)}{1+x^2} dx$.

5. Израчунати површину lika у равни ограниченог са $y = e^x$, $y = e^{-x}$ и $x = 2$.

Писмени испит из Математике 1 – 14.02.2019. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи

$$\frac{1 \cdot 2!}{2} + \frac{2 \cdot 3!}{2^2} + \dots + \frac{n \cdot (n+1)!}{2^n} = \frac{(n+2)!}{2^n} - 2.$$

2. Решити једначину $z^5 + 32 = 0$.

3. а) Одредити једначину праве p која садржи тачке $A(5, 2, 3)$ и $B(1, 4, 2)$;

- б) Одредити једначину равни α која садржи тачку $C(3, 1, 3)$ и нормална је на праву p .

4. Наћи полуосе, жиже, ексцентрицитет и асимптоте хиперболе $\mathcal{H} : \frac{(x-2)^2}{16} - \frac{(y+3)^2}{9} = 1$. Скицирати $\mathcal{H}$.

5. Израчунати а) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^3 + 3n - 4}{n^3 + n - 3} \right)^{5n^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x + \ln(1 + 6x) - (1 + \sin 3x)^2}{x}$.

6. Одредити y''_x параметарски задате функције $x = e^{-t}$, $y = e^{2t}$.

7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^3 - 3x}{x^2 - 1}$.

8. Израчунати $\int x e^x \sin x \, dx$.

9. Израчунати површину lika у равни ограниченог са $y = 2x^2 + 1$ и $y = x^2 + 10$.

10. Израчунати $\int_{-\infty}^0 e^{x+e^x} dx$.

Студенти који поправљају први колоквијум раде задатке 1, 2, 3, 4 и 5.

Студенти који поправљају други колоквијум раде задатке 6, 7, 8, 9 и 10.

Студенти који полажу цео испит раде задатке 1, 3, 5, 7, 8 и 9.

Писмени испит из Математике 1 – 01.02.2019. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \geq 0$ важи $133 \mid 11^{n+2} + 12^{2n+1}$.

2. Одредити $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$, $|z|$ и $\bar{z}$ ако је $z = e^{i\pi \frac{-1-i}{3}}$.

3. Дати су вектори $\vec{a} = (0, 2, 4)$, $\vec{b} = (4, -1, 3)$ и $\vec{c} = (2, 1, 3)$. Израчунати:

- а) $\|\frac{1}{2}\vec{a} + 2\vec{b}\|$; б) $\vec{a} \times \vec{c}$; в) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

4. Одредити једначине тангенти на $y^2 = x$ у пресечним тачкама са $3y^2 = 2(x + 2)$.

5. Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n \cdot (n+1)}{n^3}$.

6. Израчунати извод функције $f(x) = (\sin x)^{\operatorname{arctg} 2x}$.

7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$.

8. Израчунати $\int \frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt[3]{2x-3}+1} dx$.

9. Израчунати запремину тела насталог ротацијом око y -осе фигуре ограничене са $xy = 6$ и $x + y - 7 = 0$.

10. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x(x+1)}$.

Студенти који поправљају први колоквијум раде задатке 1-5, други 6-10, а цео испит 2,4,5,7,8,9.

Други колоквијум из Математике 1 – 19.01.2019. године

1. Развити функцију $f(x) = e^{x-x^3}$ у Тејлоров полином степена 4 у околини тачке $x_0 = 0$.

2. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = (x-3) \cdot \ln^2(x-3)$.

3. Израчунати $\int \frac{4x^2 - 9x - 4}{x^3 - 3x^2 + 4} dx$.

4. Израчунати површину lika у равни ограниченог са $y^2 = x$ и $3y^2 = 2(x + 2)$.

5. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\int_0^{+\infty} (x^2 + x - 1)e^{-x} dx$.

Први колоквијум из Математике 1 – 25.11.2018. године

1. Доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{(4n-3)(4n+1)} = \frac{n}{4n+1}$.

2. Решити једначину $z^4 + 1 + i\sqrt{3} = 0$.

3. Одредити једначину хиперболе H ако је права $t: x + 2y - 1 = 0$ њена тангента, а праве $a_{1/2}: x = \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}y$ њене асимптоте.

4. Испитати међусобни положај правих $p: \frac{x+3}{4} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{2}$ и $q: x + y - z = 0, x + 2y = 5$.

5. Израчунати: а) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{n+1} + 5^{n+1}}{3^n - 5^n}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - (1+x)^6}{\sin x}$.

2 МАТЕМАТИКА 1 - 2017/2018

Писмени испит из Математике 1 – 24.09.2018. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{n}{3^n} = \frac{3}{4} - \frac{2n+3}{4 \cdot 3^n}.$$

2. а) Да ли су тачке $A(0, 1, 2)$, $B(2, 1, 0)$, $C(2, 1, 2)$ и $D(1, 2, 1)$ копланарне?
б) У каквом се међусобном положају налазе праве AB и CD ?

3. Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+1}{2n^2} + \frac{n+1}{2(n^2+1)} + \frac{n+1}{2(n^2+2)} + \dots + \frac{n+1}{2(n^2+n)} \right)$.

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \ln(\ln^2 x - \ln x + 1)$.

5. Израчунати интеграл $\int \frac{\sqrt[3]{x+2}}{x - 3\sqrt[3]{x+2}} dx$.

Писмени испит из Математике 1 – 19.09.2018. године

1. Решити једначину $z^5 - \frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i = 1$.

2. Одредити једначину заједничке нормале, као и растојање између мимоилазних правих $p: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{1}$ и $q: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$.

3. Израчунати интеграл $\int (x^2 + 3x - 4) \sin 2x dx$.

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \ln \sqrt{x^2 - 6x + 8}$.

5. Израчунати површину lika у равни ограниченог са $x = 2y^2 + 1$ и $x = y^2 + 10$.

Писмени испит из Математике 1 – 22.08.2018. године

1. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = \left(\frac{1-i}{\sqrt{3}+i} \right)^7$.

2. Одредити једначину равни α која садржи тачке $A(1, 2, 3)$, $B(2, 1, 3)$ и $C(3, 2, 1)$. Одредити затим једначину нормале n из тачке $N(12, 23, 31)$ на раван α .

3. Испитати непрекидност и одредити тип прекида функције $f(x) = \frac{1}{e^{\frac{2x}{3x+9}} - 1}$.

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 1}$.

5. Израчунати интеграл $\int \frac{2x^3 + 4x^2 - 1}{x^2(x^2 + 1)} dx$.

Писмени испит из Математике 1 – 04.07.2018. године

1. Решити једначину $z^5 = \sqrt{3} - i$.

2. Одреди једначину праве q која садржи тачку $Q(0, -1, -4)$ и сече праву $p : x + y + z - 3 = 0$, $2y - z - 14 = 0$ под углом $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Одредити затим раван α која садржи праве p и q .

3. Израчунати интеграл $\int \frac{\sin 2x + \cos x}{\sin^2 x + 1} dx$.

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = (x + 1)^3 \sqrt[3]{x^2}$.

5. Дата је елипса $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$. Одреди запремину тела које настаје ротацијом ове елипсе око:

(а) x -осе; (б) y -осе.

Која од добијених запремина је већа?

Писмени испит из Математике 1 – 20.06.2018. године

1. Доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (-1)^{n-1} n^2 = (-1)^{n-1} \frac{n(n+1)}{2}$.

2. Одреди једначину нормале из пресечне тачке правих $p : x + y - z = 0$, $y + 2z = 7$ и $q : \frac{x+6}{1} = \frac{y+7}{2} = \frac{z+3}{1}$ на раван $\alpha : 2x - 3y + z - 1 = 0$.

3. Израчунати интеграл $\int \frac{\sin x}{\cos x \sqrt{1 + \sin^2 x}} dx$.

4. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = x \sqrt[3]{(x+1)^2}$.

5. Израчунати површину lika у равни ограниченог кривама $y = |x|$ и $y = \frac{2}{1+x^2}$.

Писмени испит из Математике 1 – 17.02.2018. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \geq 0$ важи $59 \mid 5^{n+2} + 26 \cdot 5^n + 8^{2n+1}$.

2. Одреди реални и имагинарни део комплексног броја $z = e^{e + \frac{\pi(-1-i\sqrt{3})}{6}i}$.

3. Наћи полуосе, жиже и ексцентрицитет елипсе $4(x-2)^2 + 9(y+1)^2 = 36$.

4. Одреди реалан параметар λ тако да се праве $p : \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{5} = \frac{z-1}{-2}$ и $q : \frac{x-\lambda}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{0}$ секу, а затим одреди једначину равни α која садржи те две праве.

5. Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 4 + 9 + \dots + n^2}{n^3}$.

6. Одредити константе a и b тако да је функција $f(x)$ непрекидна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(\sin x + \cos x)^2 - 1}{x}, & x < 0; \\ a \cos(\pi x) + b, & 0 \leq x \leq 1; \\ \frac{6x^4 - 6}{x^2 + 2x - 3}, & x > 1. \end{cases}$$

7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{(x-1)^3}{(x+2)^2}$.

8. Израчунати $\int \ln(x^2 + 4) dx$.

9. Израчунати запремину тела насталог ротацијом $y = \sin x$, $y = \pi x - x^2$ око праве $y = 0$.

10. Израчунати $\int_0^{+\infty} \frac{e^{\arctg x}}{1+x^2} dx$.

Студенти који полажу само први део раде задатке 1,2,3,4 и 5.

Студенти који полажу само други део раде задатке 6,7,8,9 и 10.

Студенти који полажу цео испит раде задатке 1,4,5,7,8 и 10.

Писмени испит из Математике 1 – 31.01.2018. године

- Доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} \geq \sqrt{n}$.
- Решити једначину $z^3 = 1 + \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$.
- Одреди једначине тангенти из тачке $A(-8, 2)$ на криву $4x^2 + 9y^2 = 36$.
- Одреди једначину заједничке нормале мимоилазних правих $p: \frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-12}{-1}$ и $q: \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$.
- Израчунати: а) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n^2+1}{2n-3} - \frac{n^2+\frac{1}{2}}{n-2} \right)$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin 3x)}{(1+x)^2-1}$.
- Израчунати $\lim_{x \rightarrow +\infty} (xe^{\frac{10}{x+1}} - x)$.
- Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \arctg \frac{x+1}{x}$.
- Израчунати $\int \frac{1}{(1+x)^2} \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}} dx$.
- Израчунати запремину тела насталог ротацијом $y = x^2 + x - 6$, $x - y - 2 = 0$ око x -осе.
- Израчунати $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2+x-2}$.

Студенти који полажу само први део раде задатке 1,2,3,4 и 5, други део 6,7,8,9 и 10 а цео испит 1,2,4,7,8 и 9.

Други колоквијум из Математике 1 – 21.01.2018. године

- а) Израчунати извод функције $f(x) = x^{\sin x}$.
б) Израчунати извод имплицитно задате функције $y = y(x)$ ако је $5y^2 + \cos x \sin^2 y = (3x+5)^2$.
- Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = xe^{\frac{1}{x-2}}$.
- Израчунати $\int \frac{x^5+4x^3+2x-1}{x^2(x^2+1)} dx$.
- Израчунати површину lika у равни ограниченог кривама $y^2 = 9 - 3x$, $y = -\frac{1}{2}x + 3$ и $y = 0$.
- Израчунати $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{e^{-x}+e^x}$.

Први колоквијум из Математике 1 – 02.12.2017. године

- Доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи $\left(1 - \frac{9}{2^2}\right) \left(1 - \frac{9}{5^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{9}{(3n-1)^2}\right) = -\frac{3n+2}{2(3n-1)}$.
- Одреди реални и имагинарни део комплексног броја $z = \left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}i}{2-2i}\right)^{2020}$.
- Наћи једначине тангенти на елипсу $2(x-3)^2 + 8(y+1)^2 = 32$ у пресечним тачкама са правом $x - 2y - 1 = 0$.
- Дати су вектори $\vec{a} = (7, 6, -6)$, $\vec{b} = (6, 2, 9)$ и $\vec{c} = (-6, 9, 2)$.
а) Испитати да ли су ови вектори копланарни.
б) Наћи запремину паралелепипеда конструисаног над ова три вектора.
в) Да ли је тај паралелепипед коцка?
- Одредити следеће граничне вредности:

а) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5n^3+2}{5n^3} \right)^{n^3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3-2x+x^2} - \sqrt{x^2-x+1}}{2x-x^2}$.