

6. Тригонометријске једначине и неједначине.

1. Израчунати:

(а) $\arccos\left(\sin\left(-\frac{\pi}{7}\right)\right)$; $\arcsin$

(б) $\operatorname{arctg}\left(\operatorname{ctg}\frac{8\pi}{3}\right)$; $\operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$.

2. Решити по x једначине:

(а) $\sin x = \sin \alpha$; $\cos x = \cos \alpha$; $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} \alpha$; $\operatorname{ctg} x = \operatorname{ctg} \alpha$;

(б) $\sin x = \cos x$; $\cos \pi x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $2 \sin 2x - 1 = 0$;

(в) $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$; $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{4}{5}$; $\sin 3x + \sin 12^\circ = 0$.

3. Да ли једначина $\sin x = \ln \sin x$ има решења?

4. Решити једначине:

(а) $2 \sin |x| - 1 = 0$; $\operatorname{tg} |x - 2| = -1$;

(б) $2 \sin x \cos x - \sin x = 0$;

(в) $\cos 3x + \cos 5x = 0$;

(г) $\sin x + \cos x = 1 + \sin x \cos x$;

(д) $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$;

(ђ) $\sin 3x + \cos 2x = 1$; $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{7}{2} \sin x \cos x$; $\sin x + \cos x + \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$.

5. Решити неједначине:

(а) $2 \cos x + 1 < 0$; $\operatorname{tg} x - \sqrt{3} \leq 0$;

(б) $\operatorname{ctg} x - \sqrt{3} > 0$; $2 \sin x + 1 > 0$;

(в) $\sin x - \cos x > 0$;

(г) $\sin x \cos \frac{\pi}{6} + \cos x \sin \frac{\pi}{6} < \frac{1}{2}$;

(д) $\sin x + \sin^2 x + \sin^3 x > 0$;

(ђ) $\cos x - \sin x < 1$; $\operatorname{tg} x - \sin x > 0$;

(е) $2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x + \cos^2 x \geq 1$;

(ж) $2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 > 0$; $\sin^2 x - \frac{\sqrt{3}-1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{4} < 0$;

(з) $\frac{\sqrt{3}}{\cos^2 x} < 4 \operatorname{tg} x$; $\sin 4x + \cos 4x \cdot \operatorname{ctg} 2x > 1$.