

Универзитет у Београду, Биолошки факултет
Писмени испит из Биоматематике, рок јануар 1, 04.09.2025.

- 1.** (а) (6 поена) Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \geq 2$ важи:

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n}.$$

- (б) (6 поена) Одредити граничну вредност низа са општим чланом

$$a_n = \sqrt{n^2 + 4n} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right).$$

- 2.** (10 поена) Испитати конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+4}{n+9}\right)^{n(n+5)}.$$

- 3.** (14 поена) Испитати непрекидност следеће функције и одредити тип тачака прекида (уколико постоје):

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{3x} - e^{-3x}}{x}, & x < 0 \\ x^2 + x + 3, & x = 0 \\ \frac{2 \sin(3x)}{x}, & x > 0. \end{cases}$$

- 4.** (18 поена) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$.

- 5.** (16 поена) Одредити следећи интеграл $\int \frac{x^2 + 2}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6} dx$.

Универзитет у Београду, Биолошки факултет
Писмени испит из Биоматематике, рок јануар 2, 18.09.2025.

1. (10 поена) Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \geq 1$ важи:

$$3 \mid n(n+1)(n+5).$$

2. (14 поена) Одредити тачке нагомилавања низа (a_n) ако је

$$a_n = \frac{(1 + (-1)^n)n^3}{4n^3 + 1} + \sin\left(\frac{2n\pi}{3}\right).$$

3. (12 поена) Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{-1}{2n+1} \right)^n.$$

4. (18 поена) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^2}{x+3}$.

5. Израчунати следеће интеграле:

(а) (6 поена) $\int_0^3 \frac{dx}{9+x^2}$

(б) (10 поена) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin(2x) dx.$

Универзитет у Београду, Биолошки факултет
Писмени испит из Биоматематике, рок јануар 2, 19.09.2025.

1. Израчунати:

(а) (6 поена) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{5x}}{\sin(7x)}$

(б) (6 поена) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x + 1} \right)^x$

2. (12 поена) Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(\frac{n}{3} \right)^n \frac{1}{n!}.$$

3. (18 поена) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$.

4. Одредити следеће интеграле:

(а) (4 поена) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$

(б) (8 поена) $\int e^x \sin x dx.$

5. (16 поена) Скицирати и израчунати површину лика у равни ограниченог са три дате криве:

$$y = x^2 - 9, \quad y = -x^2 + 2x + 15, \quad x = 2$$

.

Универзитет у Београду, Биолошки факултет
Писмени испит из Биоматематике, рок јун 1, 25.09.2025.

1. а) (6 поена) Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \geq 1$ важи:

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \dots + \frac{2n-1}{2} = \frac{n^2}{2}.$$

- б) (6 поена) Израчунати: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{5} + \dots + \frac{2n+3}{5} \right) \frac{1}{n^2}.$

2. (10 поена) Испитати конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+3}{n+7} \right)^{n(n-3)}.$$

3. (18 поена) Испитати ток и скицирати график функције: $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^3 + 1}.$

4. (14 поена) Одредити интеграл: $\int x \ln^2 x \, dx$

5. (16 поена) Скицирати и израчунати површину лика у равни ограниченог са три дате криве:

$$y = x^2 - 9, \quad y = -x^2 + 2x + 15, \quad x = 2$$

.

Универзитет у Београду, Биолошки факултет
Писмени испит из Биоматематике, рок јун 2, 2.10.2025.

- 1.** (10 поена) Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \geq 1$ важи:

$$3 \mid 5^{n-1} + 2^n.$$

- 2.** (12 поена) Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n+5}{n^2-n}.$$

- 3.** (14 поена) Испитати непрекидност следеће функције и одредити тип тачака прекида (уколико постоје):

$$f(x) = \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{x}, x < 0; \frac{2 \sin(2x)}{x}, x = 0; (2x+1)^{\frac{1}{x}}, x > 0.$$

- 4.** (18 поена) Испитати ток и скицирати график функције: $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x + 6}.$

- 5.** (16 поена) Одредити следећи интеграл $\int \frac{2x+7}{x^3 - 2x^2 - x + 2} dx.$

Универзитет у Београду, Биолошки факултет
Писмени испит из Биоматематике, рок септембар 1, 15.09.2025.

- 1.** (10 поена) Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \geq 1$ важи:

$$\sqrt{1^3 + 2^3 + \dots + n^3} = \frac{n(n+1)}{2}.$$

- 2.** (12 поена) Испитати конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n-3}{n+3} \right)^{n(n+3)}.$$

- 3.** (14 поена) Испитати непрекидност следеће функције и одредити тип тачака прекида (уколико постоје):

$$f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2}, x < 0; \frac{x-1}{x^2-2}, x = 0; \frac{\ln(1+2x)}{4x}, x > 0.$$

- 4.** (18 поена) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$.

- 5.** (16 поена) Одредити следећи интеграл $\int \frac{5x+3}{x^3+3x^2+2x} dx$.

Универзитет у Београду, Биолошки факултет
Писмени испит из Биоматематике, рок септембар 1, 16.09.2025.

- 1.** (10 поена) Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \geq 1$ важи:

$$5 \mid 3 \cdot 6^n + 2.$$

- 2.** (12 поена) Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда

$$\sum_{n=3}^{+\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 - 4}.$$

- 3.** (14 поена) Испитати непрекидност следеће функције и одредити тип тачака прекида (уколико постоје):

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x}, x < 0; e^{x^2+x+1}, x = 0; (x^2 + x + 1)^{\frac{1}{x}}, x > 0.$$

- 4.** (18 поена) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$.

- 5.** (16 поена) Одредити следећи интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos(2x) dx$.

Универзитет у Београду, Биолошки факултет
Писмени испит из Биоматематике, рок септембар2, 23.09.2025.

- 1.** (10 поена) Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \geq 1$ важи:

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}.$$

- 2.** (12 поена) Испитати конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n^2 + n + 2}{n^2 - n - 2} \right)^{n^2}.$$

- 3.** (14 поена) Одредити тачке нагомилавања низа (a_n) ако је

$$a_n = \sin \frac{n\pi}{2} + \cos \frac{n\pi}{2} + (-1)^n.$$

- 4.** (18 поена) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}$.

- 5.** (16 поена) Одредити следећи интеграл $\int \frac{6x + 5}{x^3 + 4x^2 + 3x} dx$.