

Основи геометрије - Септембар 1 2025, 16.10.2025.

1. Нека је H ортоцентар оштроуглог троугла ABC у еуклидској равни. На дужима BH и CH одређене су тачке B_1 и C_1 такве да је $\angle AB_1C = \angle AC_1B = 90^\circ$. Доказати да је $\triangle AB_1C \sim \triangle AB'B_1$ где је B' подножје висине троугла ABC из темена B , као и да је $AB_1 = AC_1$.
2. Конструисати оштроугли троугао ABC ($AB < AC$) еуклидске равни ако дате тачке K , N и L представљају тачке пресека (различите од A) описаног круга око троугла ABC и правих које садрже висину из темена A , бисектрису угла BAC и тежишну дуж из темена A троугла ABC , редом.
3. Нека је ABC разностранични троугао у еуклидској равни, k_b круг који садржи тачку B и додирује AC у тачки A и k_c круг који садржи тачку C и додирује AB у тачки A и нека је D друга пресечна тачка тих кругова. Нека је ψ_k инверзија у односу на круг $k(A, r)$ произвољног полупречника $r > 0$ и $B' = \psi_k(B)$, $C' = \psi_k(C)$ и $D' = \psi_k(D)$.
 - а) Доказати да је четвороугао $AB'D'C'$ паралелограм. Ако је E тачка таква да је B средиште дужи AE , доказати да је тачка $\psi_k(E)$ средиште дужи AB' .
 - б) Ако је F тачка пресека праве AC са кругом описаним око троугла ADE , различита од тачке A , користећи инверзију ψ_k доказати да је $AF = AC$.
4. Нека је $ABCD$ квадрат у еуклидској равни.
 - а) Доказати да је $\mathcal{G}_{\overrightarrow{AB}} \circ \mathcal{G}_{\overrightarrow{CA}} \circ \mathcal{G}_{\overrightarrow{BC}}$ осна рефлексија са осом која садржи тачку B и паралелна је правој AC .
 - б) Одредити тип и компоненте изометрије $\mathcal{G}_{\overrightarrow{AB}} \circ \mathcal{G}_{\overrightarrow{CA}} \circ \mathcal{G}_{\overrightarrow{BC}} \circ S_{AC} \circ S_{BD}$.

Основи геометрије - Септембар 1 2025, 16.10.2025.

1. Нека је H ортоцентар оштроуглог троугла ABC у еуклидској равни. На дужима BH и CH одређене су тачке B_1 и C_1 такве да је $\angle AB_1C = \angle AC_1B = 90^\circ$. Доказати да је $\triangle AB_1C \sim \triangle AB'B_1$ где је B' подножје висине троугла ABC из темена B , као и да је $AB_1 = AC_1$.
2. Конструисати оштроугли троугао ABC ($AB < AC$) еуклидске равни ако дате тачке K , N и L представљају тачке пресека (различите од A) описаног круга око троугла ABC и правих које садрже висину из темена A , бисектрису угла BAC и тежишну дуж из темена A троугла ABC , редом.
3. Нека је ABC разностранични троугао у еуклидској равни, k_b круг који садржи тачку B и додирује AC у тачки A и k_c круг који садржи тачку C и додирује AB у тачки A и нека је D друга пресечна тачка тих кругова. Нека је ψ_k инверзија у односу на круг $k(A, r)$ произвољног полупречника $r > 0$ и $B' = \psi_k(B)$, $C' = \psi_k(C)$ и $D' = \psi_k(D)$.
 - а) Доказати да је четвороугао $AB'D'C'$ паралелограм. Ако је E тачка таква да је B средиште дужи AE , доказати да је тачка $\psi_k(E)$ средиште дужи AB' .
 - б) Ако је F тачка пресека праве AC са кругом описаним око троугла ADE , различита од тачке A , користећи инверзију ψ_k доказати да је $AF = AC$.
4. Нека је $ABCD$ квадрат у еуклидској равни.
 - а) Доказати да је $\mathcal{G}_{\overrightarrow{AB}} \circ \mathcal{G}_{\overrightarrow{CA}} \circ \mathcal{G}_{\overrightarrow{BC}}$ осна рефлексија са осом која садржи тачку B и паралелна је правој AC .
 - б) Одредити тип и компоненте изометрије $\mathcal{G}_{\overrightarrow{AB}} \circ \mathcal{G}_{\overrightarrow{CA}} \circ \mathcal{G}_{\overrightarrow{BC}} \circ S_{AC} \circ S_{BD}$.

Основи геометрије - Септембар 1 2025, 16.10.2025.

1. Нека је H ортоцентар оштроуглог троугла ABC у еуклидској равни. На дужима BH и CH одређене су тачке B_1 и C_1 такве да је $\angle AB_1C = \angle AC_1B = 90^\circ$. Доказати да је $\triangle AB_1C \sim \triangle AB'B_1$ где је B' подножје висине троугла ABC из темена B , као и да је $AB_1 = AC_1$.
2. Конструисати оштроугли троугао ABC ($AB < AC$) еуклидске равни ако дате тачке K , N и L представљају тачке пресека (различите од A) описаног круга око троугла ABC и правих које садрже висину из темена A , бисектрису угла BAC и тежишну дуж из темена A троугла ABC , редом.
3. Нека је ABC разностранични троугао у еуклидској равни, k_b круг који садржи тачку B и додирује AC у тачки A и k_c круг који садржи тачку C и додирује AB у тачки A и нека је D друга пресечна тачка тих кругова. Нека је ψ_k инверзија у односу на круг $k(A, r)$ произвољног полупречника $r > 0$ и $B' = \psi_k(B)$, $C' = \psi_k(C)$ и $D' = \psi_k(D)$.
 - а) Доказати да је четвороугао $AB'D'C'$ паралелограм. Ако је E тачка таква да је B средиште дужи AE , доказати да је тачка $\psi_k(E)$ средиште дужи AB' .
 - б) Ако је F тачка пресека праве AC са кругом описаним око троугла ADE , различита од тачке A , користећи инверзију ψ_k доказати да је $AF = AC$.
4. Нека је $ABCD$ квадрат у еуклидској равни.
 - а) Доказати да је $\mathcal{G}_{\overrightarrow{AB}} \circ \mathcal{G}_{\overrightarrow{CA}} \circ \mathcal{G}_{\overrightarrow{BC}}$ осна рефлексија са осом која садржи тачку B и паралелна је правој AC .
 - б) Одредити тип и компоненте изометрије $\mathcal{G}_{\overrightarrow{AB}} \circ \mathcal{G}_{\overrightarrow{CA}} \circ \mathcal{G}_{\overrightarrow{BC}} \circ S_{AC} \circ S_{BD}$.