

Основи геометрије - Јун 2 2025, 3.10.2025.

- Нека су тачке A_1, B_1 и C_1 средишта страница BC, AC и AB , редом, троугла ABC у еуклидској равни са ортоцентром H и центром O описаног круга. Нека су тачке D, E и F средишта дужи AH, BH и CH , редом.
 - Доказати да су троуглови $A_1B_1C_1$ и DEF подударни. Ако је тачка P центар Ојлеровог круга троугла ABC , доказати да су троуглови $A_1B_1C_1$ и DEF централно симетрични у односу на тачку P .
 - Доказати да су тачке H и O ортоцентри троуглова DEF и $A_1B_1C_1$, редом, и да је тачка P средиште дужи OH .
- Конструисати троугао ABC еуклидске равни ако је познато да је $\angle BAC$ три пута већи од $\angle ABC$ и дате дужи a и b су подударне страницама BC и AC , редом.
- Нека је $k(O, r)$ круг полупречника $r > 0$ еуклидске равни и ψ_k инверзија у односу на круг k . Нека је ABC троугао такав да важи распоред тачака $\mathcal{B}(O, A, B)$.
 - Ако је $A' = \psi_k(A)$, $B' = \psi_k(B)$ и $C' = \psi_k(C)$, доказати да је $\angle A'C'B' = \angle ACB$.
 - Ако је l круг над пречником AB , доказати да је $\psi_k(l)$ круг са пречником $\psi_k(A)\psi_k(B)$. Доказати да су тачка O и центри L и L_1 кругова l и $\psi_k(l)$, редом, колинеарне тачке и конструисати слику која илуструје да не мора важити да је $L_1 = \psi_k(L)$.
- Нека је у еуклидској равни дат троугао ABC ($AC > AB$) и тачке P_c, Q_c и R_c у којима споља уписани круг $k_c(S_c, \rho_c)$ додирује продужетке страница BC и AC и страницу AB , редом. Одредити тип и компоненте изометрије $\mathcal{R}_{B, \angle P_cBA} \circ \mathcal{R}_{C, \angle ACB} \circ \mathcal{R}_{A, \angle BAQ_c} \circ \mathcal{S}_{R_cS_c}$.
Решења свих задатака прецизно и детаљно образложити. Срећно!

Основи геометрије - Јун 2 2025, 3.10.2025.

- Нека су тачке A_1, B_1 и C_1 средишта страница BC, AC и AB , редом, троугла ABC у еуклидској равни са ортоцентром H и центром O описаног круга. Нека су тачке D, E и F средишта дужи AH, BH и CH , редом.
 - Доказати да су троуглови $A_1B_1C_1$ и DEF подударни. Ако је тачка P центар Ојлеровог круга троугла ABC , доказати да су троуглови $A_1B_1C_1$ и DEF централно симетрични у односу на тачку P .
 - Доказати да су тачке H и O ортоцентри троуглова DEF и $A_1B_1C_1$, редом, и да је тачка P средиште дужи OH .
- Конструисати троугао ABC еуклидске равни ако је познато да је $\angle BAC$ три пута већи од $\angle ABC$ и дате дужи a и b су подударне страницама BC и AC , редом.
- Нека је $k(O, r)$ круг полупречника $r > 0$ еуклидске равни и ψ_k инверзија у односу на круг k . Нека је ABC троугао такав да важи распоред тачака $\mathcal{B}(O, A, B)$.
 - Ако је $A' = \psi_k(A)$, $B' = \psi_k(B)$ и $C' = \psi_k(C)$, доказати да је $\angle A'C'B' = \angle ACB$.
 - Ако је l круг над пречником AB , доказати да је $\psi_k(l)$ круг са пречником $\psi_k(A)\psi_k(B)$. Доказати да су тачка O и центри L и L_1 кругова l и $\psi_k(l)$, редом, колинеарне тачке и конструисати слику која илуструје да не мора важити да је $L_1 = \psi_k(L)$.
- Нека је у еуклидској равни дат троугао ABC ($AC > AB$) и тачке P_c, Q_c и R_c у којима споља уписани круг $k_c(S_c, \rho_c)$ додирује продужетке страница BC и AC и страницу AB , редом. Одредити тип и компоненте изометрије $\mathcal{R}_{B, \angle P_cBA} \circ \mathcal{R}_{C, \angle ACB} \circ \mathcal{R}_{A, \angle BAQ_c} \circ \mathcal{S}_{R_cS_c}$.
Решења свих задатака прецизно и детаљно образложити. Срећно!

Основи геометрије - Јун 2 2025, 3.10.2025.

- Нека су тачке A_1, B_1 и C_1 средишта страница BC, AC и AB , редом, троугла ABC у еуклидској равни са ортоцентром H и центром O описаног круга. Нека су тачке D, E и F средишта дужи AH, BH и CH , редом.
 - Доказати да су троуглови $A_1B_1C_1$ и DEF подударни. Ако је тачка P центар Ојлеровог круга троугла ABC , доказати да су троуглови $A_1B_1C_1$ и DEF централно симетрични у односу на тачку P .
 - Доказати да су тачке H и O ортоцентри троуглова DEF и $A_1B_1C_1$, редом, и да је тачка P средиште дужи OH .
- Конструисати троугао ABC еуклидске равни ако је познато да је $\angle BAC$ три пута већи од $\angle ABC$ и дате дужи a и b су подударне страницама BC и AC , редом.
- Нека је $k(O, r)$ круг полупречника $r > 0$ еуклидске равни и ψ_k инверзија у односу на круг k . Нека је ABC троугао такав да важи распоред тачака $\mathcal{B}(O, A, B)$.
 - Ако је $A' = \psi_k(A)$, $B' = \psi_k(B)$ и $C' = \psi_k(C)$, доказати да је $\angle A'C'B' = \angle ACB$.
 - Ако је l круг над пречником AB , доказати да је $\psi_k(l)$ круг са пречником $\psi_k(A)\psi_k(B)$. Доказати да су тачка O и центри L и L_1 кругова l и $\psi_k(l)$, редом, колинеарне тачке и конструисати слику која илуструје да не мора важити да је $L_1 = \psi_k(L)$.
- Нека је у еуклидској равни дат троугао ABC ($AC > AB$) и тачке P_c, Q_c и R_c у којима споља уписани круг $k_c(S_c, \rho_c)$ додирује продужетке страница BC и AC и страницу AB , редом. Одредити тип и компоненте изометрије $\mathcal{R}_{B, \angle P_cBA} \circ \mathcal{R}_{C, \angle ACB} \circ \mathcal{R}_{A, \angle BAQ_c} \circ \mathcal{S}_{R_cS_c}$.
Решења свих задатака прецизно и детаљно образложити. Срећно!