

### Основи геометрије - Јануар 2 2025, 1.9.2025.

1. Нека бисектриса унутрашњег угла код темена  $C$  троугла  $ABC$  еуклидске равни сече страницу  $AB$  у тачки  $D$ , а описани круг око тог троугла у тачки  $E \neq C$ . Доказати да је  $\triangle ACE \sim \triangle DCB$  и  $CD^2 = AC \cdot BC - AD \cdot BD$ .
2. Конструисати троугао  $ABC$  еуклидске равни ако је  $\angle BAC$  подударан датом углу  $\alpha$ , а страница  $BC$  и полупречник споља уписаног круга који додирује страницу  $AC$  и продужетке страница  $AB$  и  $BC$  су подударни датим дужима  $a$  и  $\rho_b$ , редом.
3. Нека су  $A, B, O$  три неколинеарне тачке у еуклидској равни,  $k(O, \rho)$  круг полупречника  $\rho < \min(OA, OB)$  и  $\psi_k$  инверзија у односу на круг  $k$ .
  - а) Ако је  $A' = \psi_k(A)$  и  $B' = \psi_k(B)$ , доказати да је четвороугао  $ABB'A'$  тетиван.
  - б) Ако је  $C$  центар круга описаног око троугла  $OA'B'$ , доказати да је  $OC \perp AB$ .
  - в) Ако су  $D$  и  $E$  центри кругова описаних око троугла  $OAB$  и четвороугла  $ABB'A'$ , редом, доказати да је четвороугао  $OCED$  паралелограм.
4. Ако су  $A$  и  $B$  две различите тачке еуклидске равни,  $\{\alpha, \beta\} \subset (-180^\circ, 180^\circ)$  и  $\alpha + \beta \neq 0^\circ$ , доказати да је  $\mathcal{R}_{A,\alpha} \circ \mathcal{R}_{B,\beta}$  ротација за угао  $\alpha + \beta$ .

Решења свих задатака прецизно и детаљно образложити. Срећно!

### Основи геометрије - Јануар 2 2025, 1.9.2025.

1. Нека бисектриса унутрашњег угла код темена  $C$  троугла  $ABC$  еуклидске равни сече страницу  $AB$  у тачки  $D$ , а описани круг око тог троугла у тачки  $E \neq C$ . Доказати да је  $\triangle ACE \sim \triangle DCB$  и  $CD^2 = AC \cdot BC - AD \cdot BD$ .
2. Конструисати троугао  $ABC$  еуклидске равни ако је  $\angle BAC$  подударан датом углу  $\alpha$ , а страница  $BC$  и полупречник споља уписаног круга који додирује страницу  $AC$  и продужетке страница  $AB$  и  $BC$  су подударни датим дужима  $a$  и  $\rho_b$ , редом.
3. Нека су  $A, B, O$  три неколинеарне тачке у еуклидској равни,  $k(O, \rho)$  круг полупречника  $\rho < \min(OA, OB)$  и  $\psi_k$  инверзија у односу на круг  $k$ .
  - а) Ако је  $A' = \psi_k(A)$  и  $B' = \psi_k(B)$ , доказати да је четвороугао  $ABB'A'$  тетиван.
  - б) Ако је  $C$  центар круга описаног око троугла  $OA'B'$ , доказати да је  $OC \perp AB$ .
  - в) Ако су  $D$  и  $E$  центри кругова описаних око троугла  $OAB$  и четвороугла  $ABB'A'$ , редом, доказати да је четвороугао  $OCED$  паралелограм.
4. Ако су  $A$  и  $B$  две различите тачке еуклидске равни,  $\{\alpha, \beta\} \subset (-180^\circ, 180^\circ)$  и  $\alpha + \beta \neq 0^\circ$ , доказати да је  $\mathcal{R}_{A,\alpha} \circ \mathcal{R}_{B,\beta}$  ротација за угао  $\alpha + \beta$ .

Решења свих задатака прецизно и детаљно образложити. Срећно!

### Основи геометрије - Јануар 2 2025, 1.9.2025.

1. Нека бисектриса унутрашњег угла код темена  $C$  троугла  $ABC$  еуклидске равни сече страницу  $AB$  у тачки  $D$ , а описани круг око тог троугла у тачки  $E \neq C$ . Доказати да је  $\triangle ACE \sim \triangle DCB$  и  $CD^2 = AC \cdot BC - AD \cdot BD$ .
2. Конструисати троугао  $ABC$  еуклидске равни ако је  $\angle BAC$  подударан датом углу  $\alpha$ , а страница  $BC$  и полупречник споља уписаног круга који додирује страницу  $AC$  и продужетке страница  $AB$  и  $BC$  су подударни датим дужима  $a$  и  $\rho_b$ , редом.
3. Нека су  $A, B, O$  три неколинеарне тачке у еуклидској равни,  $k(O, \rho)$  круг полупречника  $\rho < \min(OA, OB)$  и  $\psi_k$  инверзија у односу на круг  $k$ .
  - а) Ако је  $A' = \psi_k(A)$  и  $B' = \psi_k(B)$ , доказати да је четвороугао  $ABB'A'$  тетиван.
  - б) Ако је  $C$  центар круга описаног око троугла  $OA'B'$ , доказати да је  $OC \perp AB$ .
  - в) Ако су  $D$  и  $E$  центри кругова описаних око троугла  $OAB$  и четвороугла  $ABB'A'$ , редом, доказати да је четвороугао  $OCED$  паралелограм.
4. Ако су  $A$  и  $B$  две различите тачке еуклидске равни,  $\{\alpha, \beta\} \subset (-180^\circ, 180^\circ)$  и  $\alpha + \beta \neq 0^\circ$ , доказати да је  $\mathcal{R}_{A,\alpha} \circ \mathcal{R}_{B,\beta}$  ротација за угао  $\alpha + \beta$ .

Решења свих задатака прецизно и детаљно образложити. Срећно!