

Spisak zadataka za vežbe (I smer, druga godina)

Srđan Vukmirović, Ivan Dimitrijević, Jovana Ormanović, Bogdan Tomić

13. novembar 2024.

1 Vektori

1.1 (*). Dokazati da je $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ ako i samo ako se duži AC i BD polove.

1.2 (*). U odnosu na tačku O dati su vektori položaja $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ tačaka A i B ($A \neq B$). Izraziti vektor položaja tačke C takve da:

a) $\overrightarrow{AC} = \lambda \overrightarrow{CB}, \lambda \in \mathbb{R}$; b) tačka C deli duž AB u odnosu $p : q, p, q \in \mathbb{N}$.

1.3. Dat je paralelogram $ABCD$. Neka je E središte stranice BC i S presek dijagonala AC i BD . Izraziti vektore $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ i $\overrightarrow{AD}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\overrightarrow{AE}$ i $\overrightarrow{AS}$.

1.4. Dati su vektori $\vec{v} = (\frac{\sqrt{6}}{6}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3})$ i $\vec{u} = (\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{6}}{6}, \frac{\sqrt{3}}{3})$ iz $\mathbb{V}^3$ svojim koordinatama u ortonormiranoj bazi. Odrediti: a) $|\vec{v}|$; b) $\angle(\vec{v}, \vec{u})$.

1.5 (*). a) Ako je A_1 presek simetrale ugla $\angle BAC$ i ivice BC trougla ABC , odrediti vektor $\overrightarrow{AA_1}$ preko vektora $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{AC}$.

b) Dokazati da simetrala ugla u trouglu ABC deli naspramnu stranu u odnosu susednih strana.

c) Dokazati da se simetrale uglova trougla ABC seku u jednoj tački (centar upisanog kruga).

1.6 (*). Dokazati da se visine trougla seku u jednoj tački (ortocentar).

1.7. Odrediti površinu trougla ABC , ako je $A(4, 1), B(-1, 3), C(3, 2)$. Da li je trougao ABC pozitivne orijentacije?

1.8. Ispitati da li tačka $M(-2, 3)$ pripada trouglu ABC , ako je $A(1, 4), B(-1, 3), C(2, -3)$?

1.9. Koje se od tačaka $D(1, 2), E(4, -5), F(-7, 3)$ nalaze sa iste strane prave AB , $A(2, -4), B(1, -1)$, kao i tačka $C(1, 1)$?

1.10. a) Odrediti mešoviti proizvod $[\vec{v}, \vec{u}, \vec{w}]$, ako su njihove koordinate u ortonormiranoj bazi $\vec{v} = (-2, 1, 4), \vec{u} = (0, 2, 3), \vec{w} = (5, 1, -2)$. b) Da li su ti vektori linearno nezavisni?

1.11. a) Da li su tačke $A(-2, 1), B(-1, 2), C(4, 5)$ kolinearne? b) Da li su tačke $A(1, 4, 2), B(2, 5, 3), C(7, -4, 4), D(5, -6, 2)$ koplanarne?

1.12. Data je kocka $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ivice 1.

- a) Odrediti ugao između dijagonala strana kocke BC_1 i $D_1 B_1$.
- b) Odrediti zapreminu tetraedra $BC_1 B_1 D$.

1.13 (*). Neka je ABC trougao i T tačka takva da važi $\overrightarrow{OT} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$.

- a) Dokazati da tačka T ne zavisi od izbora tačke O .
- b) Dokazati da je tačka T težište trougla, tj. presek težišnih duži i da ona težišne duži deli u odnosu $2 : 1$.

1.14. Jedan kraj poluge dugačke 5 m drži roditelj, a drugi je oslonjen na zemlju. Dete mase 15 kg sedi na 2 m od oslonca (tj. drugog kraja poluge). Koliku masu drži roditelj?

1.15. Sportski ribolovac je harpunom ulovio veliku belu ajkulu. Ajkula je neko vreme pružala otpor, ali se onda umirila na udaljenosti 120m od broda. Ribolovac povlači ajkulu užetom privezanom za harpun, pri čemu se brod (iz početnog stanja mirovanja) pomera 24m u pravcu ajkule. Kolika je masa ajkule ako je masa broda $3t$? Zanemariti otpor sredine.

1.16. Astronaut je u svemiru pričvrstio teleskop uređajem čija je masa deset puta manja od njegove. U tom trenutku je shvatio da ne može da se vrati do broda od koga je udaljen 10 m. Zato je bacio uređaj što jače, dalje od broda, što ga je pomerilo u suprotnom smeru, ka brodu. Kada je konačno došao do ulaza u brod, koliko je bio udaljen od bačenog uređaja?

1.17. U ravni je dat trougao ABC . Neka tačka D pripada stranici AB , a tačka E stranici BC , tako da je $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$ i $\frac{BE}{EC} = \frac{5}{7}$. Ako se duži AE i CD seku u tački F odrediti u kom odnosu tačka F deli duži AE i CD .

1.18. Odrediti baricentričke koordinate tačke F u odnosu na tačke A, B, C iz prethodnog zadatka.

1.19. U ravni su date tačke $A(2, -4)$, $B(1, -1)$ i $C(-1, 1)$. Odrediti baricentričke koordinate tačaka $D(1, 2)$, $E(0, 0)$ i $F(1, -2)$ u odnosu na trougao ABC . Koje od tih tačaka se nalaze **unutar** trougla?

2 Afina preslikavanja

2.1 Transformacije koordinata

2.1. Dat je pravilan šestougao $ABCDEF$. Ako je data baza $e = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$, $\vec{e}_1 = \overrightarrow{FA}$, $\vec{e}_2 = \overrightarrow{FE}$, odrediti koordinate temena šestougla u reperu $F\vec{e}_1\vec{e}_2$.

2.2. Neka je $OABC$ paralelogram i $e = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC})$, $f = (\frac{1}{2}\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{BC})$ dve baze. Odrediti formule transformacija koordinata iz repera Oe u reper Bf , kao i inverzne formule.

2.3. Da li formule

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

prestavljaju transformaciju koordinata između dva ortonormirana repera? Precizno nacrtati uzajamni položaj tih repera.

2.2 Afina preslikavanja

2.4. Date su tačke $A(-1, -1)$, $B(1, -1)$, $C(1, 1)$, $D(-1, 1)$; $A'(4, 5)$, $B'(8, 7)$, $C'(6, 9)$, $D'(2, 7)$.

- a) Odrediti jednačine afinog preslikavanja koje kvadrat $ABCD$ preslikava u paralelogram $A'B'C'D'$.
b) Izračunati površinu paralelograma, koristeći determinantu matrice dobijenog preslikavanja i površinu kvadrata.

2.5. Dato je afino preslikavanje formulama

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

Odrediti formule inverznog preslikavanja.

2.6. Odrediti formule afinog preslikavanja koje trougao OAB preslikava u trougao $O'A'B'$, ako je $O(0, 0)$, $A(1, 0)$, $B(0, 1)$ i $O'(5, -4)$, $A'(7, -8)$, $B'(4, 1)$. Da li preslikavanje čuva orijentaciju?

2.7. Odrediti formule afinog preslikavanja koje trougao PQR preslikava u trougao $P'Q'R'$, ako je $P(1, 1)$, $Q(1, 2)$, $R(4, 4)$ i $P'(5, -4)$, $Q'(7, -8)$, $R'(4, 1)$. Da li preslikavanje čuva orijentaciju?

2.8. a) Da li su trouglovi PQR i $P'Q'R'$ podudarni ako je $P(0, 0)$, $Q(5, 5)$, $R(10, -15)$ i $P'(1, -7)$, $Q'(0, 0)$ i $R'(19, -8)$.

b) Odrediti izometriju koja preslikava PQR u $P'Q'R'$. O kojoj se izometriji radi?

2.9. Odrediti formule homotetije sa centrom u tački $C(1, 2)$ i koeficijentom -2 . U koju tačku se preslikava koordinatni početak pri ovoj homotetiji? (Napomena: rezultat, tj. formule zapisati u obliku: $x' = \dots$, $y' = \dots$)

2.10. Odrediti formule rotacije za ugao $\phi = \frac{2\pi}{3}$ oko tačke $A(-2, 3)$. U koju tačku se preslikava tačka $M(1, 3)$ pri ovoj rotaciji? (Napomena: rezultat, tj. formule zapisati u obliku: $x' = \dots$, $y' = \dots$)

2.11. Korisnik je obeležio pravougaonik (recimo sliku) sa naspramnim temenima $P(360, 420)$ i $Q(520, 520)$. Odrediti formule afine transformacije koja taj pravougaonik preslikava na ceo ekran dimenzija 800×600 bez distorzije, tj. homotetijom.

2.12. Odrediti formule refleksije u odnosu na pravu $3x - 4y - 6 = 0$ u ravni.

2.13. Odrediti formule rotacije za ugao $\phi = \frac{\pi}{2}$ oko prave $p : P(-1, 0, 0), \vec{p}(2, 1, 2)$.

2.14. Odrediti normalnu projekciju prave $p : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{2}$ na ravan $\alpha : 2x + y - 4z + 5 = 0$.

2.15. Odrediti tačku Q koja je simetrična tački $P(3, -2, -4)$ u odnosu na ravan $\alpha : 6x + 2y - 3z - 75 = 0$ kao i projekciju P' tačke P na ravan α .

2.16. Odrediti tačku Q koja je simetrična tački $P(-1, -2, 1)$ u odnosu na pravu $l : \frac{x}{-2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{1}$ kao i projekciju P' tačke P na pravu l .

2.17. Odrediti centralnu projekciju tačke $P(1, 2, 3)$ na ravan $z = -1$, ako je centar projektovanja tačka $O(0, 0, 0)$.

2.18. Odrediti formule stereografsku projekciju iz južnog pola jedinične sfere na ravan $z = 0$. Šta je slika tačke tačke $P(\frac{\sqrt{6}}{6}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3})$?

2.19. Izračunati rastojanje između tačaka $A(60^\circ N, 30^\circ E)$ i $B(30^\circ S, 60^\circ W)$ na sferi.

3 Analitička geometrija

3.1 Geometrija ravni

3.1. Data je prava $q : x = 3t - 4, y = 2t + 1, t \in \mathbb{R}$. a) Odrediti implicitni oblik prave q . b) Odrediti implicitni oblik prave r koja sadrži tačku $R(3, 7)$ i paralelna je q .

3.2. Odrediti jednačinu normale n iz tačke $A(1, 5)$ na pravu p ako je:
a) $p : x = t + 4, y = 3t - 5, t \in \mathbb{R}$ b) $p : 4x - \frac{2}{3}y + 7 = 0$.

3.3. Neka je $A(2, 3), B(-1, 4)$. a) Odrediti parametarsku jednačinu prave AB . b) Ispitati da li tačka $C(14, -1)$ pripada polupravoj $[AB]$. c) Ispitati da li tačka $D(1, \frac{10}{3})$ duži $[AB]$ i u kom odnosu je deli.

3.4. Ispitati da li tačke $C(1, 1)$ i $D(-7, 11)$ pripadaju istoj poluravni određenoj pravom AB , $A(2, -2), B(1, 3)$.

3.5. Ako je $A(1, 2), B(3, 7)$, odrediti koordinate tačaka koje dele duž AB na pet jednakih delova.

3.6. Izračunati rastojanje tačke $M(1, -3)$ od prave a) $4x - 3y + 1 = 0$, b) prave p čiji je vektor pravca $\vec{p} = (3, -2)$, a tačka $P(1, 0)$.

3.7. Odrediti centar i poluprečnik opisanog kruga oko trougla ABC , ako je $A(0, 3), B(3, 4), C(5, 1)$ kao i koordinate težišta trougla.

3.8. Odrediti težište T , ortocentar H i centre opisanog O i upisanog kruga S u $\triangle ABC$, $A(-1, 4), B(2, 3), C(1, 2)$. Odrediti baricentričke koordinate ovih tačaka.

3.9. Odrediti presek pravih p i q koje su zadate tačkom i vektorom pravca:

- a) $P(1, -2), \vec{p} = (1, 2), Q(2, 1), \vec{q} = (1, 1)$;
- b) $P(1, -2), \vec{p} = (0, 1), Q(2, 1), \vec{q} = (0, -2)$;
- c) $P(1, -2), \vec{p} = (-1, -3), Q(2, 1), \vec{q} = (1, 3)$.

3.2 Prava i ravan u prostoru

3.10. Ravni $x + 2y - 4z + 3 = 0$ odrediti parametarsku jednačinu.

3.11. Odrediti jednačinu ravni koja sadrži tačke $A(1, 2, 3), B(1, -2, 1)$ i $C(0, 0, 1)$.

3.12. Odrediti ortonormirani koordinatni sistem (x', y', z') u odnosu na ravan $\alpha : x + 2y - 2z + 5 = 0$ (tj. koordinatni sistem $O'x'y'z'$ u kom ravan α ima jednačinu $z' = 0$) i napisati vezu tih koordinata sa koordinatama (x, y, z) .

3.13. Pravu $p : x = 3t + 4, y = -2t + 1, z = t - 2, t \in \mathbb{R}$ zapisati kao presek dve ravni.

3.14. Odrediti jednačinu ravni α koja sadrži pravu $p : \frac{x-2}{1} = \frac{y-11}{5} = \frac{z-2}{1}$ i koja je normalna na ravan $\beta : y = 0$.

3.15. Pravu $p : x + y - 3 = 0, z - 2x = 0$ zapisati parametarski.

3.16. Odrediti rastojanje tačke $M(1, 4, -3)$ od: a) prave $p : x - y - 1 = 0, z - 2x = 0$, b) ravni $\alpha : 2x - y + 4z = 0$.

3.17. Data je ravan $\alpha : x - 2y + 5z - 1 = 0$. Odrediti presek te ravni sa pravama:

- a) $p : \frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{7} = \frac{z}{1}$; b) $q : \frac{x}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-1}$; c) $r : \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1}$;
d) $s : x - y = 1, x + y - z + 5 = 0$; e) $t : x - z + 2 = 0, -y + 3z + 2 = 0$.

3.18. Odrediti jednačinu familije svih ravni koje sadrže tačku $P(5, -2, 1)$ i paralelne/normalne su na pravu $q : \frac{x+1}{-2} = \frac{y+4}{0} = \frac{z-2}{1}$.

3.19. Odrediti jednačinu ravni koja sadrži pravu $p : x + y + z = 0, 2x - 2z + 3 = 0$ i sa ravni $\alpha : x - 4y - 8z + 12 = 0$ gradi ugao od $\frac{\pi}{4}$.

3.20. Odrediti jednačinu ravni α koja sadrži pravu $p : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{1}$ i čije je rastojanje od tačke $M(1, 0, -1)$ jednako $\sqrt{6}$.

3.21. Odrediti međusobni položaj pravih (i presečnu tačku ako postoji):

- a) $p : \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-2}{-1}$ $q : 2x = y, 3x = z$
b) $p : \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-2}{-1}$ $q : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-3}{-1}$
c) $p : \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-2}{-1}$ $q : \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+7}{2}$

3.22. Odrediti zajedničku normalu i rastojanje između mimoilaznih pravih $p : \frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-12}{-1}$ i $q : \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$.

3.23. Izračunati kosinus ugla između ravni $\alpha : x + 2y - 3z - 1 = 0$ i $\beta : 2x - 3y + 4z + 2 = 0$.

3.24. Izračunati kosinus ugla između prave $p : x + 2y - 3z - 1 = 0, x - z + 2 = 0$ i ravni $\alpha : x - 4y + 2z + 2 = 0$.

3.25. Odrediti jednačinu normale iz tačke $A(2, 1, -3)$ na ravan $\alpha : 2x - 4y + z + 5 = 0$.

3.26. Odrediti λ tako da se prave $p : \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{5} = \frac{z-1}{-2}$ i $q : \frac{x-\lambda}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{0}$ seku. Koje su koordinate presečne tačke?

3.27. Odrediti jednačinu prave koja sadrži tačku $L(2, -1, 7)$ i seče prave $p : \frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-3}{1}$ i $q : \frac{x-2}{-1} = \frac{y-11}{-3} = \frac{z+2}{0}$.

3.28. Ispitati da li prava $p : \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{2}$ seče trougao ABC , ako je $A(2, 4, 6)$, $B(-4, 2, 0)$, $C(6, 4, -2)$. U slučaju da seče, odrediti koordinate presečne tačke.

3.29. Odrediti presek ravni $\alpha : -x + y + 2z - 3 = 0$ i trougla ABC , ako je $A(-2, 1, 0)$, $B(2, -1, 3)$, $C(1, 2, 3)$.

4 Krive u ravni

4.1. Odrediti centar i poluprečnik kruga $k : x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$, a zatim odrediti njegovu parametrizaciju dužinom luka s .

4.2. Odrediti presek kruga k iz prethodnog zadatka i prave:

- a) $p : \vec{p} = (1, 1), P(2, -2)$ b) $q : x - y - 4 = 0$.

4.3. Odrediti presek krugova $\kappa : (x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$ i $\ell : x = -1 + 4 \cos t, y = -1 + 4 \sin t, t \in [0, 2\pi)$.

4.4. Svesti na kanonski oblik translacijom sledeće krive:

a) $3y^2 + 6y - x - 1 = 0$; b) $x^2 + 25y^2 - 6x + 50y + 9 = 0$; c) $y^2 - 36x - 2y - 35 = 0$.

4.5. Rotacijom pokazati da je kriva $xy - 1 = 0$ hiperbola.

4.6. Da bi uhvatio negativca koji vozi brzinom $40m/s$, Džejms Bond pokušava da iskoči iz helikoptera koji se kreće horizontalno, brzinom $100m/s$. Ako je helikopter $125m$ iznad i $450m$ iza automobila, koliko vremena treba Bond da sačeka pre skoka da bi bezbedno uskočio u automobil? Uzeti da je gravitaciono ubrzanje $10m/s^2$.

4.7. Kola su sletela sa litice visine $10m$ i nađena su na udaljenosti od $15m$ od nje. Kolikom su se brzinom (u km/h) kola kretala pre pada?

4.8. Ekcentricitet Jupitera je ~ 0.05 , a veća poluosa $\sim 5AJ$. Odrediti najmanje (perihel) i najveće (afel) rastojanje Jupitera od Sunca. Koliko godina je potrebno Jupiteru da obiđe oko Sunca?

4.9. Odrediti Beziyeovu krivu čije su kontrolne tačke $P_0(1, 1), P_1(2, 2), P_2(4, -1)$.

4.10. Date su tačke $P_0 = (2, 3), P_1 = (-1, 4), P_2 = (3, 0), P_3 = (1, -2)$.

a) Odrediti Beziyeovu krivu $\alpha_3(t), t \in [0, 1]$ čije su to kontrolne tačke.

b) Odrediti tangentne vektore u tačkama P_0 i P_3 .

c) Da li je tangenta te krive u tački $\alpha(\frac{1}{2})$ paralelna pravom P_0P_3 ?

d) Odrediti krivu dobijenu pomeranjem kontrolne tačke P_2 za vektor $\vec{v} = (-7, -11)$.

4.11. U ravni su date tačke $P_0 = (2, 1), P_1 = (6, 13), P_2 = (14, -7)$ i prave $p : y = 5$ i $r : x = 2 + 3s, y = 12 - 2s, s \in \mathbb{R}$.

a) Napisati Beziyeovu krivu $\alpha_2(t), t \in [0, 1]$ čiji je kontrolni poligon $P_0P_1P_2$.

b) Odrediti presek kontrolnog poligona sa pravama p i r .

c) Odrediti presek krive $\alpha_2(t), t \in [0, 1]$ sa pravama p i r . Uporediti broj presečnih tačaka sa slučajem kontrolnog poligona (svojstvo najmanje varijacije).

d) Pokazati da je kriva $\alpha_2(t), t \in [0, 1]$ deo parabole $y^2 = 4x$ (svojstvo affine invarijantnosti).

4.12. Upotrebom de Casteljau algoritma odrediti tačku Beziyeove krive $\alpha_4(t)$ za $t = \frac{1}{3}$, ako su kontrolne tačke krive $P_0(5, -4), P_1(-13, 14), P_2(5, 50), P_3(32, 41), P_4(14, 15)$.

4.13. Data je Beziyeova kriva kontrolnim tačkama $P_0 = (0, -2), P_1 = (-2, 4), P_2 = (0, 10), P_3 = (6, 8)$. a) Podeliti krivu na dva dela praveći rez u tački $\alpha_3(\frac{1}{2})$. b) Povećati stepen "leve" krive za 1.

4.14. Predstaviti deo kruga $x = \sqrt{2} \cos \theta, y = \sqrt{2} \sin \theta, \theta \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ kao racionalnu Beziyeovu krivu.

4.15. Da li se deo hiperbole $x^2 - y^2 = 1$ može predstaviti kao racionalna Beziyeova kriva?

5 Konveksni omotač i triangulacija poligona

5.1. Odrediti konveksni omotač tačaka $P_0 = (3, 3)$, $P_1 = (0, 0)$, $P_2 = (-1, 5)$, $P_3 = (6, 2)$, $P_4 = (3, 1)$, $P_5 = (8, 4)$, $P_6 = (4, -3)$, $P_7 = (7, 5)$, $P_8 = (7, -1)$.

5.2. U ravni su date tačke $P_0 = (-3, 1)$, $P_1 = (-2, 2)$, $P_2 = (-5, 6)$, $P_3 = (0, 3)$, $P_4 = (-4, 7)$. Ispitati da li je poligon $P_0P_1P_2P_3P_4$ prost. Ako nije, sortirati tačke $P_0, \dots, P_4$ tako da poligon bude prost.

5.3. Od datih tačaka u ravni formirati prost poligon, a zatim ga triangulisati.

a) $P_0 = (0, 0)$, $P_1 = (-1, 5)$, $P_2 = (2, 3)$, $P_3 = (4, 6)$, $P_4 = (3, -1)$

b) $P_0 = (-1, 3)$, $P_1 = (2, 1)$, $P_2 = (0, 0)$, $P_3 = (4, -1)$, $P_4 = (5, 3)$, $P_5 = (3, 4)$.

6 Poliedarske površi

6.1. a) Iz tabele povezanosti odrediti skup ivica. b) Nacrtati sliku. c) Proveriti da li ta tabela povezanosti zadaje apstraktnu poliedarsku površ. d) U slučaju potvrdnog odgovora pod c) proveriti da li je ta poliedarska površ povezana. e) Odrediti rub te površi i broj komponenata ruba.

za sledeće tabele povezanosti:

i) $\mathcal{T} = \{T_0, T_1, T_2, T_3, T_4, T_5\}$, $\mathcal{P} = \{p_0, p_1, p_2, p_3\}$,

$p_0 = \langle 0, 1, 2 \rangle$, $p_1 = \langle 0, 2, 4, 5 \rangle$, $p_2 = \langle 3, 2, 0 \rangle$, $p_3 = \langle 1, 0, 3 \rangle$.

ii) $\mathcal{T} = \{T_0, T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7, T_8, T_9, T_{10}\}$, $\mathcal{P} = \{p_0, p_1, p_2, p_3, p_4\}$,

$p_0 = \langle 0, 1, 7, 4 \rangle$, $p_1 = \langle 1, 2, 6, 7 \rangle$, $p_2 = \langle 2, 3, 5, 6 \rangle$, $p_3 = \langle 3, 0, 4, 5 \rangle$, $p_4 = \langle 8, 9, 10 \rangle$.

6.2. a) Nacrtati poliedarski model Mebijusove trake i napisati mu tabelu povezanosti. b) Dokazati da je Mebijusova traka neorjentabilna.

6.3. Izvršiti usklađivanje orijentacija pljosni kocke $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, ako je izabrana orijentacija pljosni $p_0 = \langle A, B, C, D \rangle$.

6.4. Data je poliedarska površ $p_0 = \langle 0, 1, 4, 3 \rangle$, $p_1 = \langle 1, 2, 5, 4 \rangle$, $p_2 = \langle 2, 0, 3, 5 \rangle$, $p_3 = \langle 6, 8, 5, 3 \rangle$, $p_4 = \langle 6, 3, 4, 7 \rangle$, $p_5 = \langle 4, 5, 8, 7 \rangle$, $p_6 = \langle 8, 7, 1, 2 \rangle$, $p_7 = \langle 0, 1, 7, 6 \rangle$, $p_8 = \langle 0, 6, 8, 2 \rangle$.

a) Dokazati da je ona poliedar, tj. da nema rub.

b) Izračunati njenu Ojlerovu karakterisku i rod.

6.5. Odrediti Ojlerovu karakteristiku Mebijusove trake.

6.6. Odrediti odnos zapremine tetraedra i njemu dualnog tela. Skicirati!

6.7. Dat je tetraedar $ABCD$ ivice 2. Izračunati zapreminu oktaedra čija su temena središta ivica datog tetraedra. Skicirati!