

Metaheurističke metode 2.nedelja

October 22, 2024

Transportni problem

- Dati su skup potrošača od n i skup od skladišta m
- Na skladištu $i, i = 1, 2, \dots, m$ nalazi se količina robe s_i , dok potrošač $j, j = 1, 2, \dots, n$ potražuje količinu d_j posmatrane robe.
- Cena transporta jedinične količine robe od skladišta i do potrošača j iznosi c_{ij} .
- Cilj je prevesti svu robu iz skladišta do potrošača, t.d. budu zadovoljene potrebe svih potrošača, uz minimalne ukupne troškove transporta.
- Definišemo promenljive:
 x_{ij} = količina robe koje se prevozi od skladišta i do potrošača j ,
 $i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$.

Transportni problem: Matematički model

$$(\min) \quad \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = d_j, \quad j = \overline{1, n} \quad (\text{Svaki potrošač dobija traženu količinu robe.})$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = s_i, \quad i = \overline{1, m} \quad (\text{Iz svakog skladišta se odvozi onoliko robe koliko je bilo na tom skladištu.})$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad j = \overline{1, n}, i = \overline{1, m}$$

Transportni problem: primer

3 dobavljača i 4 potrošača

20	11	15	13	2
17	14	12	13	6
15	12	18	18	7
3	3	4	5	

$$(\min) 20x_{11} + 11x_{12} + 15x_{13} + \dots + 18x_{34}$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 3$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 3$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 4$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 5$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 2$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 6$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 7$$

$$x_{ij} \geq 0, i = \overline{1,3}, j = \overline{1,4}.$$

Transportni problem: format instance

m	3
n	4
$s_1, s_2, \dots, s_m$	2 6 7
$d_1, d_2, \dots, d_n$	3 3 4 5
$c_{11}, c_{12}, \dots, c_{1n}$	20 11 15 13
$c_{21}, c_{22}, \dots, c_{2n}$	17 14 12 13
...	15 12 18 18
$c_{m1}, c_{m2}, \dots, c_{mn}$	777
<i>check</i>	

Prost lokacijski problem bez kapaciteta-Uncapacitated Facility Location Problem

- Dati su skup korisnika C , $|C| = n$ i skup uslužnih centara F , $|F| = m$
- Trošak uspostavljanja (održavanja) centra na lokaciji j je $f_j, j = \overline{1, m}$.
- Trošak pridruživanja korisnika i centru j iznosi c_{ij} .
- Cilj je odrediti lokacije na kojim treba uspostaviti centre i kako alocirati korisnike t.d. ukupan trošak bude minimalan.
- Definišemo promenljive:

$$y_j = \begin{cases} 1 & \text{ako je na lokaciji } j \text{ otvoren centar} \\ 0 & \text{inače.} \end{cases}, j = \overline{1, m}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{ako je korisnik } i \text{ pridružen centru } j \\ 0 & \text{inače.} \end{cases}, j = \overline{1, m}, i = \overline{1, n}.$$

$$(\min) \quad \sum_{j=1}^m f_j y_j + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = 1, \quad i = \overline{1, n} \quad (\text{Svaki korisnik se pridružuje tačno jednom uslužnom centru.})$$

$$x_{ij} \leq y_j, \quad j = \overline{1, m}, i = \overline{1, n} \quad (\text{Onemogućava se pridruživanje korisnika centru koji nije uspostavljen.})$$

$$x_{ij}, y_j \in \{0, 1\} \quad j = \overline{1, m}, i = \overline{1, n}$$

UFLP: format instance

n	5
m	3
$f_1, f_2, \dots, f_m$	100 1000 1000
$c_{11}, c_{12}, \dots, c_{1m}$	4 6 9
$c_{21}, c_{22}, \dots, c_{2m}$	5 4 7
$\dots$	6 3 4
$c_{n1}, c_{n2}, \dots, c_{nm}$	8 5 3
<i>check</i>	10 8 4
	777

Prost lokacijski problem sa kapacitetima-Capacitated Facility Location Problem

- Dati su skup korisnika C , $|C| = n$ i skup uslužnih centara F , $|F| = m$
- Trošak uspostavljanja održavanja centra n lokaciji j je $f_j, j = \overline{1, m}$.
- Svaki korisnik i potražuje količinu robe d_i .
- Za svaki uslužni centar postoji kapacitet, tj. njegovo gornje ograničenje M_j
- Cena transporta jedinične količine robe od centra j do potrošača i iznosi c_{ij} .
- Definišemo promenljive:

$$y_j = \begin{cases} 1 & \text{ako je na lokaciji } j \text{ otvoren centar} \\ 0 & \text{inače.} \end{cases}, j = \overline{1, m}$$

x_{ij} = količina robe koje se prevozi od centra j do potrošača i ,
 $i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$.

$$(\min) \quad \sum_{j=1}^m f_j y_j + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = d_i, \quad i = \overline{1, n} \quad (\text{Potrebe svakog korisnika su zadovoljene.})$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \leq M_j y_j, \quad j = \overline{1, m} \quad (\text{Ne sme se prekoračiti kapacitet skladišta.})$$

$$x_{ij} \leq d_i y_j, \quad j = \overline{1, m}, i = \overline{1, n}$$

$$x_{ij} \geq 0, y_j \in \{0, 1\} \quad j = \overline{1, m}, i = \overline{1, n}$$

CFLP: format instance

n	5
m	3
$f_1, f_2, \dots, f_m$	1000 1000 1000
$d_1, d_2, \dots, d_n$	80 270 250 160 180
$M_1, M_2, \dots, M_m$	500 500 500
$c_{11}, c_{12}, \dots, c_{1m}$	4 6 9
$c_{21}, c_{22}, \dots, c_{2m}$	5 4 7
...	6 3 4
$c_{n1}, c_{n2}, \dots, c_{nm}$	8 5 3
<i>check</i>	10 8 4
	777

Problem p -medijane

- Dati su skup korisnika $I = \{1, 2, \dots, n\}$ i skup potencijalnih uslužnih centara $J = \{1, 2, \dots, m\}$
- Za svaki par (i, j) data je cena transportnih troškova c_{ij} .
- Zadat je broj p , tj. broj centara koje treba otvoriti
- Cilj je odrediti tačno p centara t.d. suma rastojanja svakog korisnika do njemu najbližeg centra bude minimalna
- Definišemo promenljive:

$$y_j = \begin{cases} 1 & \text{ako je na lokaciji } j \text{ otvoren centar} \\ 0 & \text{inače.} \end{cases}, j = \overline{1, m}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{ako je korisnik } i \text{ pridružen centru } j \\ 0 & \text{inače.} \end{cases}, j = \overline{1, m}, i = \overline{1, n}.$$

$$\begin{aligned}
 (\min) \quad & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij} \\
 & \sum_{j=1}^m y_j = p \quad (\text{Uspostavlja se tačno } p \text{ centara.}) \\
 & x_{ij} \leq y_j, \quad j = \overline{1, m}, i = \overline{1, n} \quad (\text{Onemogućava se pridruživanje korisnika centru koji nije uspostavljen.}) \\
 & \sum_{j=1}^m x_{ij} = 1, \quad i = \overline{1, n} \quad (\text{Svaki korisnik se pridružuje tačno jednom centru.}) \\
 & x_{ij}, y_j \in \{0, 1\} \quad j = \overline{1, m}, i = \overline{1, n}
 \end{aligned}$$

n

m

p

$c_{11}, c_{12}, \dots, c_{1m}$

$c_{21}, c_{22}, \dots, c_{2m}$

$\dots$

$c_{n1}, c_{n2}, \dots, c_{nm}$

check

Questions?

