

1. Нека је $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ дата са $f(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 + 12xy + 27$. Одредити локалне екстремуме функције f , као и слику домена.
2. Одредити тачке које у $\mathbb{R}^3$ минимизују, односно максимизују растојање од координатног почетка, а налазе се у пресеку равни $\alpha : x + y + z = 0$ и цилиндра $C : x^2 + y^2 = 1$.
3. Одредити минимум и максимум функције $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$ на $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq x^2, x^2 + y^2 \leq 1\}$.
4. Нека је $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ задата са $f(x, y, z) = xy + yz$.
 - а) Одредити, уколико постоје, локалне екстремуме функције f на $\mathbb{R}^3$.
 - б) Доказати да f достиже минимум и максимум на скупу $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + 2y^2 + 3z^2 \leq 6\}$.
 - в) Одредити највећу и најмању вредност функције f на скупу E .
 - г) Одредити $f(E)$.
5. Нека је $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ задата са $f(x, y) = 1 + \frac{2-(x^2+y^2)}{1+x^2+y^2}$.
 - а) Испитати понашање функције у бесконачности.
 - б) Испитати да ли f достиже максимум и минимум на $\mathbb{R}^2$.
 - в) Одредити $f(\mathbb{R}^2)$.
6. Нека је $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ задата са $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - 2z$ и нека је $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 0\}$.
 - а) Доказати да је D компактан и повезан скуп.
 - б) Одредити $f(D)$.
7. Нека је $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ задата са $f(x, y, z) = x^2z + y^2z - 2z$ и нека је $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + 2y^2 + z^2 \leq 4\}$.
 - а) Доказати да је D компактан и повезан скуп.
 - б) Одредити тачке у којима f достиже минимум односно максимум на D .