

Rezultati sa ispita iz linearne algebre, septembar 1, 18/19, grupa

102

Dušan Bogojević	17/2018	55
Đurđina Stanković	302/2018	53
Ognjen Đuković	8/2018	43
Jagoš Milošević	75/2017	34
Marko Andrić	364/2018	32
Miljko Milosavljević	415/2018	31
Katarina Rangl	411/2017	31
Milana Arsenović	380/2017	11
Aleksa Stefanović	354/2018	7

Neću biti u mogućnosti da održim uvid u radove pre 12. septembra (najverovatnije će biti 13.), pa ću ukratko ispisati rezultate zadataka:

1. U prvom zadatku, U je dimenzije 2 (generisan sa $u_1 = (1, 3, 0, 1)$ i $u_2 = (1, 0, 1, 0)$), prostor V je dimenzije 2 akko je $\alpha = 3$ (generisan sa $v_1 = (1, 1, 1, 0)$ i $v_2 = (1, 2, 0, 1)$), inače je dimenzije 1 (generisan sa $(1, 1, 1, 0)$). Za $\alpha = 3$, dimenzija $U + V$ je 3 (generisan vektorima u_1, u_2 i v_1), pa je presek dimenzije 1, generisan sa vektorom $(2, 3, 1, 1)$.
2. U drugom zadatku, linearnost se lako proveriti, za matricu se dobija

$$[L]_e = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 0 & 4 & -4 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \end{bmatrix},$$

i za sliku se dobija da je dimenzije 4, pa je dimenzija jezgra 0. Dakle, L je izomorfizam.

3. U trećem zadatku, proveriti da je $\circ$ skalarni proizvod je laka, da je $P \circ P = 0$ akko $P = 0$ sledi iz toga da ako je $P \circ P = 0$, da onda polinom P stepena ≤ 3 mora imati bar 4 različita korena, pa je $P = 0$. Dalje, imamo da je $U = \Omega(1, X)$ (dobije se da su vektori 1 i X normalni jedan na drugi, pa nakon ortonormiranja dobijamo da U ima ONB $[\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{10}}X]$), i da je $U^\perp = \Omega(5X^3 - 17X, 2X^2 - 5)$ (opet se dobija da su $5X^3 - 17X$ i $2X^2 - 5$ normalni jedan na drugi, pa nakon ortonormiranja dobijamo da $U^\perp$ ima ONB $[\frac{5X^3 - 17X}{6\sqrt{10}}, \frac{2X^2 - 5}{6}]$). Na kraju, projekcija $R(X) = 1 + X + 2X^2$ na U je $6 + X$, a na $U^\perp$ je $-5 + 2X^2$, pa je udaljenost od R do U jednaka 6, a od R do $U^\perp$ je $\sqrt{154}$.

4. U četvrtom zadatku, karakterističan polinom je $X^2(12 - X)$, pa su s. vrednosti 0 i 12. Dalje, sopstveni potprostor za s. vrednost 12 je $\Omega((1, -2, 1))$, a za s. vrednost je $\Omega((2, 1, 0), (0, 1, 2))$. Kada se ortonormira ovaj sistem od tri vektora, dobiju se ova tri vektora: $\left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{-2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$, $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}, 0\right)$ i $\left(\frac{-1}{5\sqrt{6}}, \frac{2}{5\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$. Dakle, matrice P i D su, redom:

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{-1}{5\sqrt{6}} \\ \frac{-2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{5\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{6}} \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$