

Испит из ЛААГ-а, јун, 1/1, 5.6.2024.

1. У зависности од реалног параметра $a \in \mathbb{R}$, решити систем линеарних једначина

$$\begin{array}{rcccccl} x & - & ay & + & az & = & -a \\ -x & + & ay & + & z & = & a \\ -ax & + & y & + & (a+1)z & = & 2 \end{array}$$

2. Нека су векторски потпростори U и W од $\mathbb{R}^4$ задати са

$$U = \mathcal{L}((1, 0, 1, 0), (-2, 1, 0, 1), (1, 1, 10, 6), (0, 2, 11, 7)),$$

$$W = \mathcal{L}((1, 1, 3, 1), (2, 1, 4, 1), (1, 1, 4, 2), (4, 3, 11, 4))$$

Наћи базу и димензију за векторске просторе U , W , $U + W$ и $U \cap W$.

3. Дата је матрица $A = \begin{bmatrix} 4 & -9 & 6 \\ 6 & -13 & 8 \\ 6 & -12 & 7 \end{bmatrix}$. Одредити карактеристичан полином матрице

A , као и њене сопствене вредности. Наћи инвертибилну матрицу P , као и дијагоналну матрицу D такве да је $D = P^{-1}AP$. Наћи A^n за све природне бројеве n .

4. Одредити једначину равни α која је нормална на раван $\beta : x + 2y + z = 5$ и садржи праву $p : \frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{4} = \frac{z}{2}$.