

Испит из ЛААГ-а, фебруар, 1/1, 2.2.2024.

1. Решити систем линеарних једначина у зависности од реалног параметра a :

$$\begin{array}{rrcrcl} ax & - & 5y & + & 2z & = & a \\ -2x & + & 2y & - & az & = & -1 + a \\ x & - & ay & - & z & = & 1 \end{array}$$

2. Нека су векторски потпростори U и W од $M_2(\mathbb{R})$ задати са

$$U = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \mid a + b + 3c + d = 0, a - 2b - c + 2d = 0 \right\},$$

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} s - 3t & t \\ s + t & 2s + 5t \end{bmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \mid s, t \in \mathbb{R} \right\}.$$

Наћи базу и димензију за векторске просторе U , W , $U + W$ и $U \cap W$.

3. Дата је матрица $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & -4 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$. Одредити карактеристичан полином матрице A ,

као и њене сопствене вредности. Наћи инвертибилну матрицу P , као и дијагоналну матрицу D такве да је $D = P^{-1}AP$. Наћи A^n за све природне бројеве n .

4. Одредити праву p која се налази у пресеку равни $\alpha : x + y + z = 4$ и $\beta : x - y - z = 2$. Одредити у ком су међусобном положају праве p и $r : \frac{x-3}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{-1}$.