

ДРУГИ ДОМАЋИ

Курс: Диференцијалне једначине за 3Л, 2025/2026
професор: проф. др Јелена Катић, асистент: Душан Дробњак

1. Скицирати поље праваца и интегралне криве диференцијалне једначине $x' = a + x^2$ (не решавајући једначину) за вредности параметра $a \in \{-1, 0, 3\}$.
2. (★) Скицирати поље праваца и интегралне криве диференцијалне једначине $x' = \frac{2t}{x}$, не решавајући је. На слици означити:
 - (а) Решење које је глобално (дефинисано је за свако $t \in \mathbb{R}$).
 - (б) Решење које није глобално (максимални интервал на коме је дефинисано то решење је прави подскуп од $\mathbb{R}$).
 - (в) Решење које је део праве.

За које захтеве (а)–(в) постоји јединствено решење, а за које више њих? Одговор образложити.

3. Скицирати фазни портрет система $X' = AX$, ако је

$$(a) \quad A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}; \quad (b) \quad A = \begin{bmatrix} -4 & 4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

4. Нека је дата матрица $A = \begin{bmatrix} a & -a \\ b-a & a \end{bmatrix}$, за $a, b \in \mathbb{R}$ и посматрајмо фазни портрет у околини положаја равнотеже $(0, 0)$ система диференцијалних једначина $X' = AX$. Наћи један уређени пар $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ за који је посматрани фазни портрет нестабилна спирала и скицирати га.

5. Нека је $\alpha \in \mathbb{Z}$ и нека је дат систем диференцијалних једначина $X' = \begin{bmatrix} \alpha & -1 \\ 4 & -\alpha \end{bmatrix} X$.
Одредити све вредности целог броја α за које фазни портрет није седло и скицирати фазне портрете у тим случајевима.

6. (★) Дата је матрица $A \in M_2(\mathbb{R})$ таква да важи $|\det A| = 2$ и $|\operatorname{tr} A| = 3$. На основу скице фазног портрета система $X' = AX$ и кључних тачака које су на њему означене (те тачке припадају фазним кривама које су праве линије), одредити матрицу A . Затим скицирати фазни портрет система $X' = A^{-1}X$.

