

Писмени испит из Математике 1 - 31.01.2022. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи

$$\frac{1^2}{1 \cdot 3} + \frac{2^2}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)}.$$

2. У скупу комплексних бројева рехити једначину $(1+i)z^5 = 2-2i$.
3. Одредити једначине тангенти из жиже параболе $\mathcal{P} : (y+2)^2 = 8x-16$ на елипсу $\mathcal{E} : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.
4. Дате су тачке $N(1, -1, 1)$, $O(-2, 2, 1)$, $L(2, 1, -2)$ и $E(1, 2, 1)$.
а) Израчунати запремину тетраедра $NOLE$.
б) Одредити једначину нормале n из тачке N на раван OLE .
5. Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^{2022} + n^{2021}}{n^{2022} + n} \right)^{69n}$.
6. Применом развоја функције у Тејлоров полином израчунати $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x - x}{x^3}$.
7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{e^{x-2}}{x-1}$.
8. Израчунати $\int \frac{\sqrt{x+2022}}{\sqrt[3]{x+2022}+1} dx$
9. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом фигуре ограничене са $y = x^4$ и $y = x^2$ око праве $y = 2$.
10. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\int_0^{+\infty} x^3 e^{-x^2} dx$.

Студенти који полажу само 1. колоквијум раде задатке 1-5, само 2. колоквијум задатке 6-10 и цео испит задатке 2, 4, 5, 7, 8 и 9.

Писмени испит из Математике 1 - 31.01.2022. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи

$$\frac{1^2}{1 \cdot 3} + \frac{2^2}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)}.$$

2. У скупу комплексних бројева рехити једначину $(1+i)z^5 = 2-2i$.
3. Одредити једначине тангенти из жиже параболе $\mathcal{P} : (y+2)^2 = 8x-16$ на елипсу $\mathcal{E} : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.
4. Дате су тачке $N(1, -1, 1)$, $O(-2, 2, 1)$, $L(2, 1, -2)$ и $E(1, 2, 1)$.
а) Израчунати запремину тетраедра $NOLE$.
б) Одредити једначину нормале n из тачке N на раван OLE .
5. Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^{2022} + n^{2021}}{n^{2022} + n} \right)^{69n}$.
6. Применом развоја функције у Тејлоров полином израчунати $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x - x}{x^3}$.
7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{e^{x-2}}{x-1}$.
8. Израчунати $\int \frac{\sqrt{x+2022}}{\sqrt[3]{x+2022}+1} dx$
9. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом фигуре ограничене са $y = x^4$ и $y = x^2$ око праве $y = 2$.
10. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\int_0^{+\infty} x^3 e^{-x^2} dx$.

Студенти који полажу само 1. колоквијум раде задатке 1-5, само 2. колоквијум задатке 6-10 и цео испит задатке 2, 4, 5, 7, 8 и 9.
