

Писмени испит из Математике 1 - 14.02.2022. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи

$$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}.$$

2. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = (3 + i\sqrt{3})^{2022}$.
3. Наћи полуосе, жиже, ексцентрицитет и асимптоте хиперболе $9(x+3)^2 - 16(y-2)^2 = 144$.
4. Дате су праве $p: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{1}$ и $q: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{m}$. Одредити вредност реалног параметра m тако да се праве p и q секу, а затим за такво m одредити раван α која садржи p и q .
5. Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2022n}{n^2 - 2n} + \frac{2022n}{n^2 - 2n + 1} + \dots + \frac{2022n}{n^2 + 2n - 1} + \frac{2022n}{n^2 + 2n} \right)$.
6. Користећи Лопиталова правила, израчунати $\lim_{x \rightarrow 0+} x e^{\frac{1}{x}}$.
7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \ln(x^2 - 1)$.
8. Израчунати $\int \frac{dx}{(1 + \sin x) \cos x}$.
9. Израчунати површину lika у равни ограниченог са $y - 4 = -(x - 1)^2$ и $2y = 3x$ за $x \geq 0$ и $y - 4 = -(x + 1)^2$ и $2y = -3x$ за $x < 0$.
10. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\int_{e^{2022}}^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x - 2021)^2}$.

Студенти који полажу само 1. колоквијум раде задатке 1-5, само 2. колоквијум задатке 6-10 и цео испит задатке 2, 4, 5, 7, 8 и 9.

Писмени испит из Математике 1 - 14.02.2022. године

1. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број $n \in \mathbb{N}$ важи

$$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}.$$

2. Одредити реални и имагинарни део комплексног броја $z = (3 + i\sqrt{3})^{2022}$.
3. Наћи полуосе, жиже, ексцентрицитет и асимптоте хиперболе $9(x+3)^2 - 16(y-2)^2 = 144$.
4. Дате су праве $p: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{1}$ и $q: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{m}$. Одредити вредност реалног параметра m тако да се праве p и q секу, а затим за такво m одредити раван α која садржи p и q .
5. Израчунати $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2022n}{n^2 - 2n} + \frac{2022n}{n^2 - 2n + 1} + \dots + \frac{2022n}{n^2 + 2n - 1} + \frac{2022n}{n^2 + 2n} \right)$.
6. Користећи Лопиталова правила, израчунати $\lim_{x \rightarrow 0+} x e^{\frac{1}{x}}$.
7. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \ln(x^2 - 1)$.
8. Израчунати $\int \frac{dx}{(1 + \sin x) \cos x}$.
9. Израчунати површину lika у равни ограниченог са $y - 4 = -(x - 1)^2$ и $2y = 3x$ за $x \geq 0$ и $y - 4 = -(x + 1)^2$ и $2y = -3x$ за $x < 0$.
10. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла $\int_{e^{2022}}^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x - 2021)^2}$.

Студенти који полажу само 1. колоквијум раде задатке 1-5, само 2. колоквијум задатке 6-10 и цео испит задатке 2, 4, 5, 7, 8 и 9.
