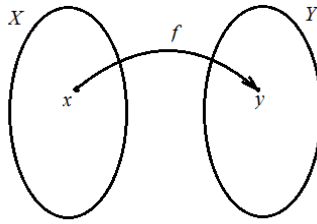


# 1 Појам функције

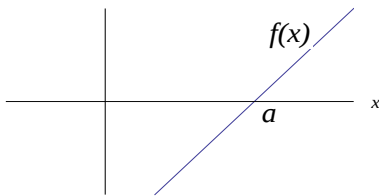
$f : X \rightarrow Y$  где су  $X$  и  $Y$  непразни скупови ( $X$  - домен,  $Y$  - кодомен) је **функција** ако  $(\forall x \in X)(\exists! y \in Y)f(x) = y$ , (за сваки елемент из домена тачно знамо у који се елемент у кодомену слика).



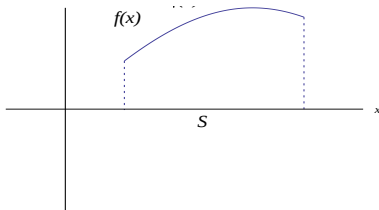
Домен функције  $f$  обележавамо  $D_f$ .

Скуп тачака  $G$  у Декартовом координатном систему са координатама  $(x, f(x))$ ,  $x \in D_f$  назива се **график функције**  $y = f(x)$  тј.  $G = \{(x, f(x)) : x \in D_f\}$ .

1. Тачка  $a \in D_f$  је **нула функције** ако је  $f(a) = 0$ .



2.  $f$  је **позитивна** на скупу  $S \subseteq D_f \Leftrightarrow (\forall x \in S)f(x) > 0$ .



3.  $f$  је **парна** ако  $\Leftrightarrow (\forall x \in D_f)f(-x) = f(x)$

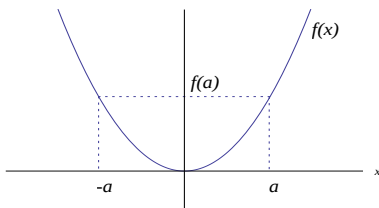


График парне функције је симетричан у односу на  $Oy$  осу.

$f$  је **непарна** ако  $\Leftrightarrow (\forall x \in D_f)f(-x) = -f(x)$

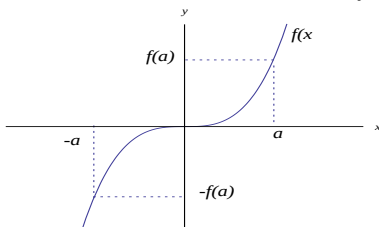
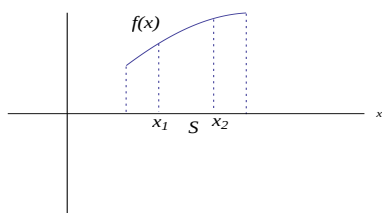


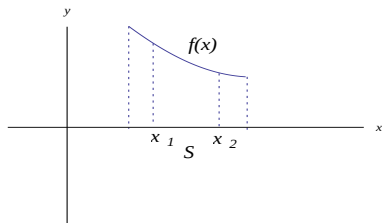
График парне функције је симетричан у односу на координатни почетак  $O$ .

Да би функција  $f$  била парна или непарна, мора да има симетричан домен у одосу на нулу (ако је дефинисана за неко  $a \in \mathbb{R}$  мора бити дефинисана и за  $-a$ ).

4.  $f$  **расте** на  $S \Leftrightarrow (\forall x_1, x_2 \in S) x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ .  
 $f$  **не опада** на  $S \Leftrightarrow (\forall x_1, x_2 \in S) x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$ .

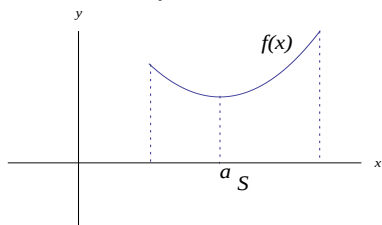


- $f$  **опада** на  $S \Leftrightarrow (\forall x_1, x_2 \in S) x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ .  
 $f$  **не расте** на  $S \Leftrightarrow (\forall x_1, x_2 \in S) x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$ .

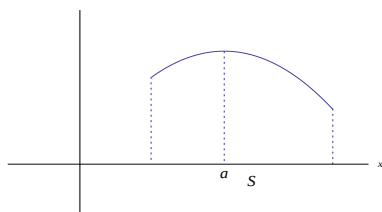


$f$  је **монотона** ако задовољава један од претходна четири случаја.

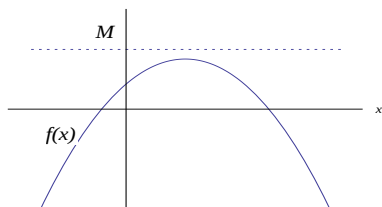
5. Тачка  $a \in D_f$  је тачка **минимума** функције  $f$  на скупу  $S \subseteq D_f \Leftrightarrow (\forall x \in S) f(a) \leq f(x)$



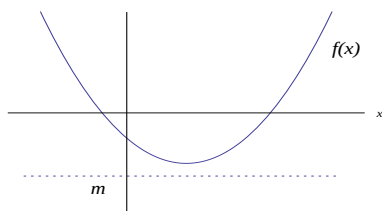
Тачка  $a \in D_f$  је тачка **максимума** функције  $f$  на скупу  $S \subseteq D_f \Leftrightarrow (\forall x \in S) f(a) \geq f(x)$



6.  $f$  је **ограничена одозго**  $\Leftrightarrow (\exists M \in \mathbb{R})(\forall x \in D_f) f(x) \leq M$



$f$  је **ограничена одоздо**  $\Leftrightarrow (\exists m \in \mathbb{R})(\forall x \in D_f) f(x) \geq m$

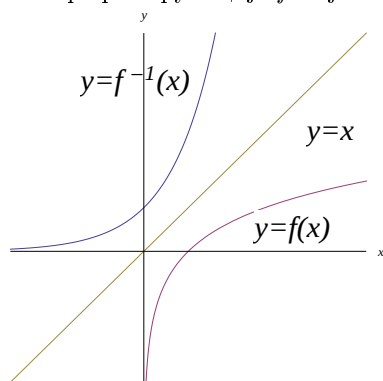


- Функција  $f : X \rightarrow Y$  је **"1-1"**  $\Leftrightarrow ((\forall x \in D_f) f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2)$ .  
тј. ако се никоја два различита елемента из  $X$  не сликају у исти елемент у скупу  $Y$ .
- Функција  $f : X \rightarrow Y$  је **"на"**  $\Leftrightarrow (\forall y \in Y)(\exists x \in X) f(x) = y$ .  
тј. ако се скуп  $X$  слика на цео скуп  $Y$ .
- Функција  $f : X \rightarrow Y$  је **бијекција**  $\Leftrightarrow f$  је "1-1" и "на".

Ако је функција  $f$  бијекција тада постоји функција  $f^{-1}$  која је инверзна функција функције  $f$ .  
Важи да је

- $(\forall x \in X) f^{-1}(f(x)) = x$  и
- $(\forall y \in Y) f(f^{-1}(y)) = y$ .

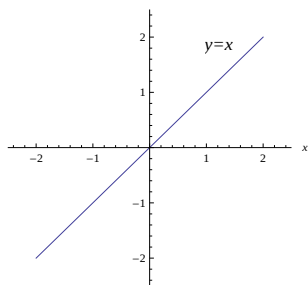
График функције  $f^{-1}$  је симетричан графику функције  $f$  у односу на праву  $y = x$ .



## 2 Степена функција $y = x^n$ $n \in \mathbb{R}$

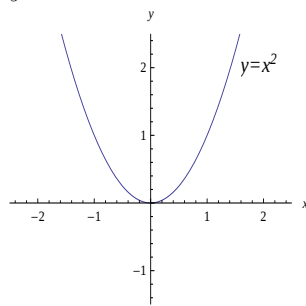
Неки графици степене функције  $f(x) = x^n$ ,  $n = 2k - 1$ ,  $k \in \mathbb{N}$  су:

$n = 1$ :  $y = x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

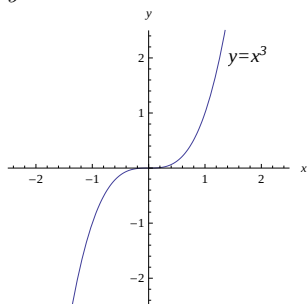


Графици степене функције  $f(x) = x^n$ ,  $n = 2k$ ,  $k \in \mathbb{N}$  су:

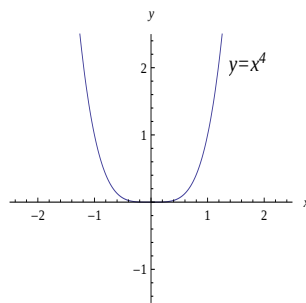
$n = 2$ :  $y = x^2$



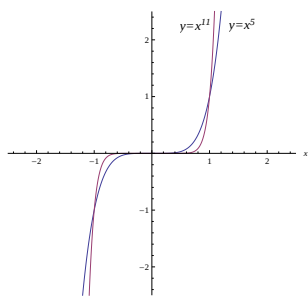
$n = 3$ :  $y = x^3 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$



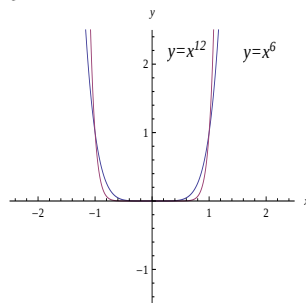
$n = 4$ :  $y = x^4$



$n = 5$   $y = x^5 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$



$n = 6$   $y = x^6$



Својства:

- $D_f = \mathbb{R}$ .
- $f$  је непарна.
- $f(x) > 0$  за  $x > 0$ ,  $f(x) < 0$  за  $x < 0$  и  $f(x) = 0$  за  $x = 0$ .
- $f$  је строго растућа на  $\mathbb{R}$ .
- $f(x) = x^{2k-1}$   $k \in \mathbb{N}$  је бијекција, па постоји  $f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f^{-1}(y) = \sqrt[2k-1]{y}$ ,  $k \in \mathbb{N}$ .

Својства:

- $D_f = \mathbb{R}$ .
- $f$  је парна.
- $f(x) \geq 0$  за свако  $x \in \mathbb{R}$  и  $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ .
- $f$  је опадајућа на  $(-\infty, 0)$  и растућа на  $(0, \infty)$ .
- $f$  није бијекција јер нпр.  $f(1) = f(-1)$  што значи да  $f$  није "1-1". Она дакле нема инверзну функцију.
- Ако посматрамо функцију  $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$   $f(x) = x^{2k}$ ,  $k \in \mathbb{N}$  она јесте бијекција и њој инверзна функција је  $f^{-1} : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ ,  $f^{-1}(y) = \sqrt[2k]{y}$ .

## 2.1 Степеновање и кореновање

Нека  $a, b \in \mathbb{R}$  и  $m, n \in \mathbb{N}$ .

1.  $a^0 = 1$

2.  $a^1 = a$

3.  $a^2 = a \cdot a$

4.  $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$

5.  $a^m a^n = a^{m+n}$

6.  $(a^m)^n = a^{mn}$

7.  $(ab)^n = a^n b^n$

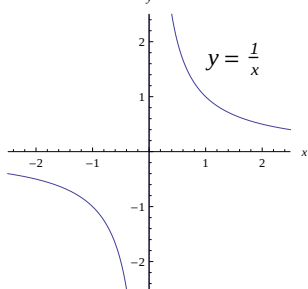
8.  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0$

9.  $a^{-m} = \frac{1}{a^m}, a \neq 0$

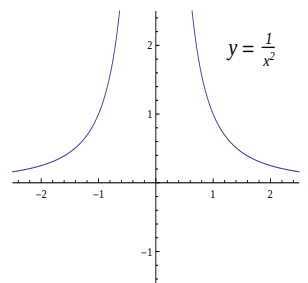
10.  $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, a > 0$

Графици степене функције  $f(x) = x^n$ , ( $n$  - негативан цео број недељив са 2) су:

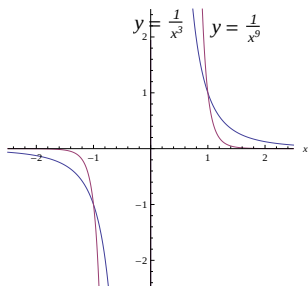
$n = -1$ :  $y = x^{-1} = \frac{1}{x}$



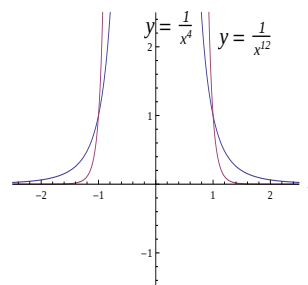
$n = -2$ :  $y = x^{-2} = \frac{1}{x^2}$



$n = -3$ :  $y = x^{-3} = \frac{1}{x^3}$



$n = -4$ :  $y = x^{-4} = \frac{1}{x^4}$



Својства:

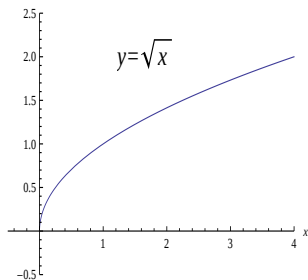
- $D_f = \mathbb{R}$ .
- $f$  је непарна.
- $f(x) > 0$  за  $x > 0$ ,  $f(x) < 0$  за  $x < 0$  и  $f(x) \neq 0$  за свако  $x \in \mathbb{R}$ .
- $f$  је опадајућа на  $(-\infty, 0)$  и на  $(0, \infty)$ .

Својства:

- $D_f = \mathbb{R}$ .
- $f$  је парна.
- $f(x) > 0$  за свако  $x \in \mathbb{R}$ .
- $f$  је растућа на  $(-\infty, 0)$  и опадајућа на  $(0, \infty)$ .

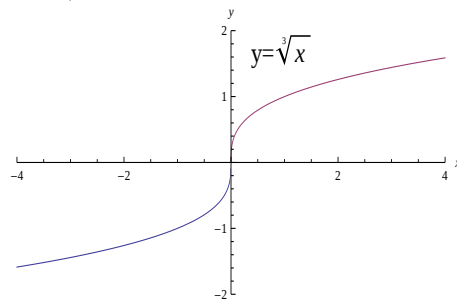
Графици степене функције  $f(x) = x^{\frac{1}{2k}} = \sqrt[2k]{x}$ ,  $k \in \mathbb{N}$  (парна корена) су:

$$k = 1: y = \sqrt{x} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

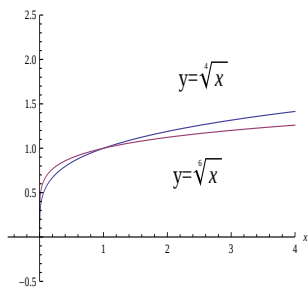


Графици степене функције  $f(x) = x^{\frac{1}{2k+1}} = \sqrt[2k+1]{x}$ ,  $k \in \mathbb{N}$  (непарна корена) су:

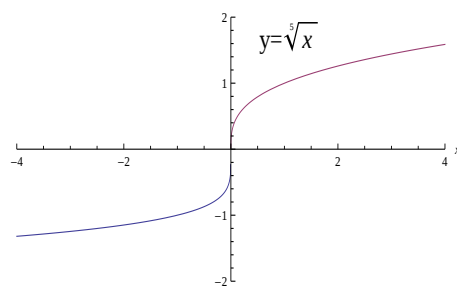
$$k = 1: y = \sqrt[3]{x} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$



$$k = 2: y = \sqrt[4]{x} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$



$$k = 2: y = \sqrt[5]{x} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$



Својства:

- $D_f = [0, +\infty)$ .
- $f$  није ни парна ни непарна
- $f$  је ненегативна, тј.  $f(x) = \sqrt[2k]{x} \geq 0$  та свако  $x \geq 0$ .
- $f$  је строго растућа.

Својства:

- $D_f = \mathbb{R}$ , тј. функција је дефинисана за све реалне вредности  $x$ .
- $f$  је непарна, тј. важи  $\sqrt[2k+1]{-x} = -\sqrt[2k+1]{x}$  та свако  $x \in \mathbb{R}$ .
- $f(x) > 0$  за  $x > 0$ ,  $f(x) < 0$  за  $x < 0$  и  $f(x) = 0$  за  $x = 0$ .
- $f$  је строго опадајућа на  $\mathbb{R}$ .

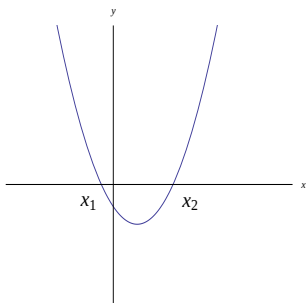
### 3 Квадратна једначина

Решења квадратне једначине  $ax^2 + bx + c = 0$  су  $x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ . Може се десити да имамо:

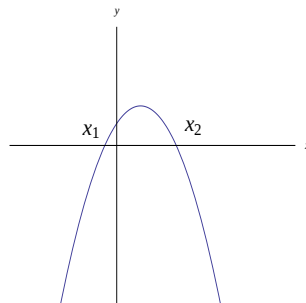
- 2 различита реална решења ( $b^2 - 4ac > 0$ )
- 1 реално решење ( $b^2 - 4ac = 0$ )
- 2 кон југовано комплексна решења  $x_1 = p + iq$  и  $x_2 = p - iq$ ,  $p, q \in \mathbb{R}$  ( $b^2 - 4ac < 0$ )

У зависности од вредности параметара  $a$  и  $D = b^2 - 4ac$  (дискриминанта квадратне једначине), график функције  $f(x) = ax^2 + bx + c$  је:

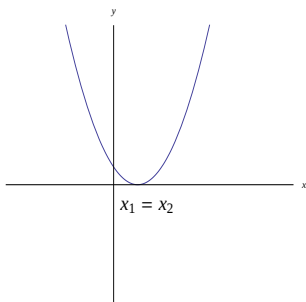
$a > 0$ ,  $D > 0$ :



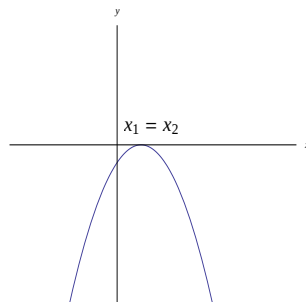
$a < 0$ ,  $D > 0$ :



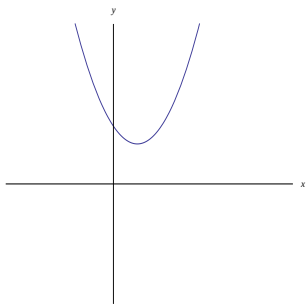
$a > 0$ ,  $D = 0$ :



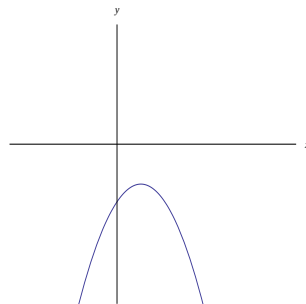
$a < 0$ ,  $D = 0$ :



$a > 0$ ,  $D < 0$ :



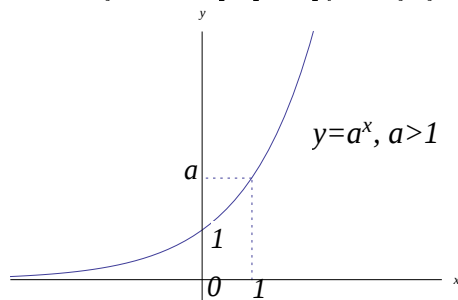
$a < 0$ ,  $D < 0$ :



## 4 Експоненцијална и логаритамска функција

Експоненцијална функција је функција  $f(x) = a^x$ ,  $a > 0, a \neq 1$ .  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$

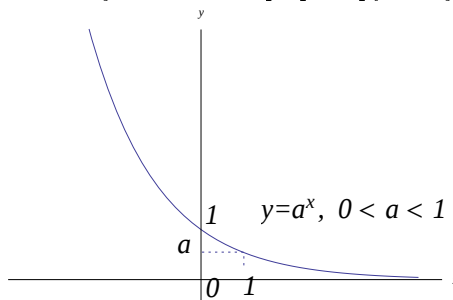
Ако је  $a > 1$  график функције је:



Својства:

- $D_f = \mathbb{R}$ .
- $f$  позитивна за свако  $x \in \mathbb{R}$ .
- Нуле функције не постоје.
- $f$  је монотono растућа.

Ако је  $0 < a < 1$  график функције је:

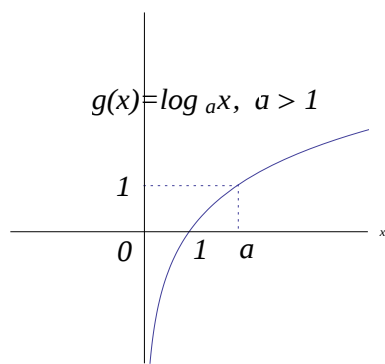


Својства:

- $D_f = \mathbb{R}$ .
- $f$  позитивна за свако  $x \in \mathbb{R}$ .
- Нуле функције не постоје.
- $f$  је монотono опадајућа.

Инверзна функција експоненцијалној функцији је логаритамска функција  $g(x) = \log_a x$ ,  $a > 0, a \neq 1, x > 0$ .  $g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$

Ако је  $a > 1$  график функције  $g(x) = \log_a x$  је:



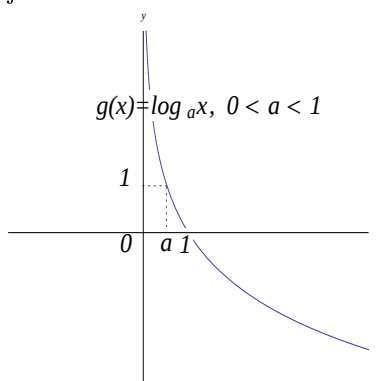
Својства:

- $D_f = (0, +\infty)$ .
- $f$  је негативна за  $0 < x < 1$ , а позитивна за  $x > 1$ .
- Нула функције је  $x = 1$ .
- $f$  је монотono растућа.

Формуле:

1.  $a^b = c \Leftrightarrow b = \log_a c$  за  $a, c > 0, a \neq 1$
2.  $\log_a 1 = 0$   
 $\log_a a = 1$
3.  $\log_a XY = \log_a X + \log_a Y$   
 $\log_a \frac{X}{Y} = \log_a X - \log_a Y$

Ако је  $0 < a < 1$  график функције  $g(x) = \log_a x$  је:



Својства:

- $D_f = (0, +\infty)$ .
- $f$  је позитивна за  $0 < x < 1$ , а негативна за  $x > 1$ .
- Нула функције је  $x = 1$ .
- $f$  је монотono опадајућа.

$$4. \log_a X^s = s \log_a X$$

$$\log_{a^s} X = \frac{1}{s} \log_a X$$

$$5. \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$6. \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

7. Ако је  $a > 1$ :

$$f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow a^{f(x)} \leq b^{f(x)}$$

$$f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow \log_a f(x) \leq \log_a g(x)$$

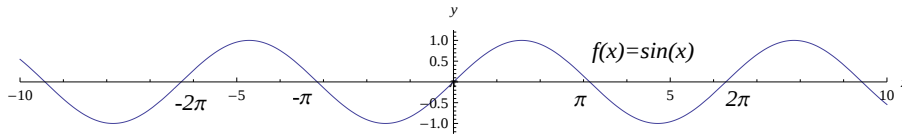
8. Ако је  $0 < a < 1$ :

$$f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow a^{f(x)} \geq b^{f(x)}$$

$$f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow \log_a f(x) \geq \log_a g(x)$$

## 5 Тригонометријске функције

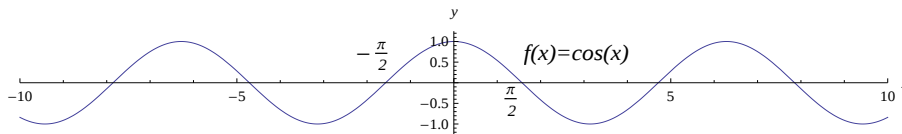
$$f(x) = \sin x : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$$



Својства:

- $D_f = \mathbb{R}$ .
- $\sin x$  је ограничена, тј.  $-1 \leq f(x) \leq 1$
- Функција је непарна и периодична са периодом  $2\pi$ .
- $f(x) > 0$  за  $x \in (2k\pi, \pi + 2k\pi), k \in \mathbb{Z}$ , а  $f(x) < 0$  за  $x \in (-\pi + 2k\pi, 2k\pi), k \in \mathbb{Z}$ .
- Нуле функције су у тачкама  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .
- $f$  је монотонно растућа на интервалима  $(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi), k \in \mathbb{Z}$ , а монотонно опадајућа је на интервалима  $(\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi), k \in \mathbb{Z}$ .

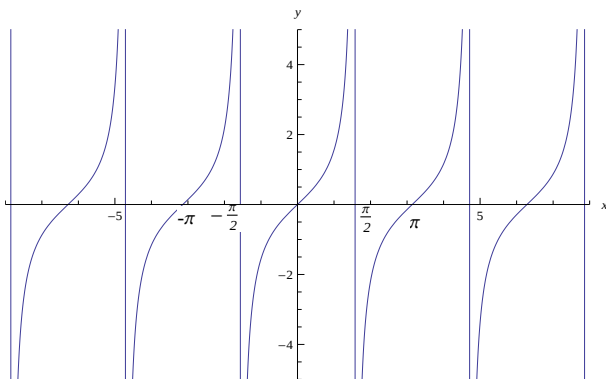
$$f(x) = \cos x : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$$



Својства:

- $D_f = \mathbb{R}$ .
- $\cos x$  је ограничена, тј.  $-1 \leq f(x) \leq 1$
- Функција је парна и периодична са периодом  $2\pi$ .
- $f(x) > 0$  за  $x \in (-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi), k \in \mathbb{Z}$ , а  $f(x) < 0$  за  $x \in (\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi), k \in \mathbb{Z}$ .
- Нуле функције су у тачкама  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .
- $f$  је монотонно растућа на интервалима  $(-\pi + 2k\pi, 2k\pi), k \in \mathbb{Z}$ , а монотонно опадајућа је на интервалима  $(2k\pi, \pi + 2k\pi), k \in \mathbb{Z}$ .

$$f(x) = \operatorname{tg} x : \left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right) \rightarrow \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}$$

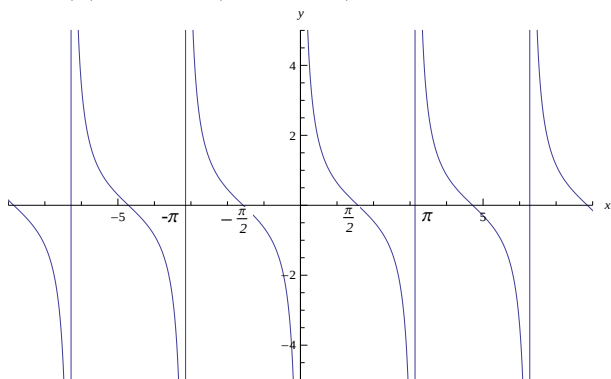


Својства:

- $D_f = \left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$ .

- $\operatorname{tg} x$  је неограничена.
- Функција је непарна и периодична са периодом  $\pi$ .
- $f(x) > 0$  за  $x \in (k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi), k \in \mathbb{Z}$ , а  $f(x) < 0$  за  $x \in (-\frac{\pi}{2} + k\pi, k\pi), k \in \mathbb{Z}$ .
- Нуле функције су у тачкама  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .
- $\operatorname{tg} x$  није дефинисана у тачкама  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .
- $f$  је монотонно растућа на интервалима  $(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi), k \in \mathbb{Z}$ .

$$f(x) = \operatorname{ctg} x : (k\pi, \pi + k\pi) \rightarrow \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}$$



Својства:

- $D_f = (k\pi, \pi + k\pi), k \in \mathbb{Z}$ .
- $\operatorname{ctg} x$  је неограничена.
- Функција је непарна и периодична са периодом  $\pi$ .
- $f(x) > 0$  за  $x \in (k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi), k \in \mathbb{Z}$ , а  $f(x) < 0$  за  $x \in (-\frac{\pi}{2} + k\pi, k\pi), k \in \mathbb{Z}$ .
- Нуле функције су у тачкама  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .
- $\operatorname{ctg} x$  није дефинисана у тачкама  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .
- $f$  је монотонно опадајућа на интервалима  $(k\pi, \pi + k\pi), k \in \mathbb{Z}$ .

Формуле:

1. Основне формуле:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

2. АДИЦИОНЕ ФОРМУЛЕ:

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$

$$\operatorname{ctg}(x + y) = \frac{\operatorname{ctg} x \operatorname{ctg} y - 1}{\operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} y}$$

3. Растављање збира у производ:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

4. Свођење производа на суму:

$$\sin x \sin y = \frac{1}{2} [\cos(x-y) - \cos(x+y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

5. Формуле двостуког угла:

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$

6. Трансформације квадрата:

$$\sin^2 x = \frac{1}{2} (1 - \cos(2x))$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2} (1 + \cos(2x))$$

7. Изражавање тригонометријских функција преко тангенса половине угла

$$\sin x = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}$$

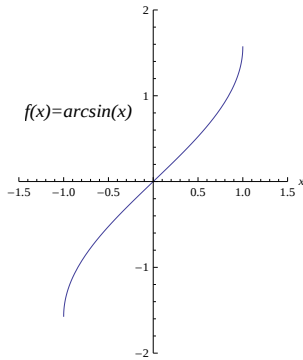
$$\cos x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}$$

## 6 Инверзне тригонометријске функције

Функција  $f_1(x) = \sin x$  нема инверзну функцију, јер није бијекција (на пример, сви бројеви облика  $\frac{\pi}{2} + k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  сликају се овом функцијом у број 1, и поставља се питање како инверзном функцијом да идемо назад). Међутим, посматрајмо рестрикцију функције  $\sin x$  на  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ , тј. функцију:

$$f(x) = \sin x : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow [-1, 1]$$

Она јесте бијекција, па постоји њена инверзна:  $F(x) = \arcsin x : [-1, 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$



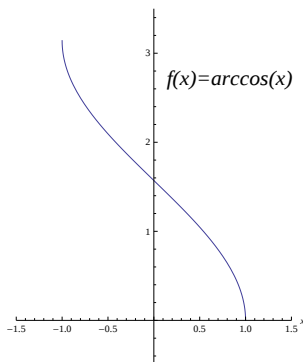
Према својствима узајамно инверзних функција важе једнакости:

$$\arcsin(\sin x) = x \text{ за } x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \quad \text{и} \quad \sin(\arcsin y) = y \text{ за } y \in [-1, 1]$$

Својства:

- $D_F = [-1, 1]$ .
- $\arcsin x$  је непарна, тј. важи  $\arcsin(-x) = -\arcsin x$ ,  $x \in [-1, 1]$ .
- $F(x) > 0$  за  $x \in (0, 1]$ ,  $F(x) < 0$  за  $x \in [-1, 0)$ , а нула функције  $F$  је  $x = 0$ .
- $F$  је монотono растућа.

Инверзна функција функције  $f(x) = \cos x : [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$  је  $F(x) = \arccos x : [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$



Важе једнакости:

$$\arccos(\cos x) = x \text{ за } x \in [0, \pi] \quad \text{и} \quad \cos(\arccos y) = y \text{ за } y \in [-1, 1]$$

Својства:

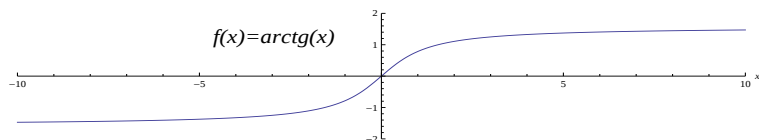
- $D_F = [-1, 1]$ .
- $\arccos x$  није ни парна ни непарна, већ важи  $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$ ,  $x \in [-1, 1]$ .  
Доказ: Означимо  $\arccos x = \alpha$ . Тада је  $\cos \alpha = x$ ,  $0 \leq \alpha \leq \pi$ . Онда је  $0 \leq \pi - \alpha \leq \pi$  а по адиционој формули је  $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha = -x$ . Тиме је по дефиницији функције  $\arccos x$ ,  $\pi - \alpha = \arccos(-x)$ . Тиме је формула доказана.
- $F(x) > 0$  за  $x \in [-1, 1)$ , а нула функције  $F$  је  $x = 1$ .

- $F$  је монотонно опадајућа.

- Важи да је  $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$ .

Доказ: Означимо  $\arcsin x = \alpha$ . Тада је  $\sin \alpha = x$ ,  $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ . Онда је  $0 \leq \frac{\pi}{2} - \alpha \leq \pi$  а по адиционој формули је  $\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin \alpha = x$ . Тиме је по дефиницији функције  $\arccos x$ ,  $\frac{\pi}{2} - \alpha = \arccos(x)$ . Тиме је формула доказана.

Инверзна функција функције  $f(x) = \operatorname{tg} x : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$  је  $F(x) = \operatorname{arctg} x : \mathbb{R} \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$



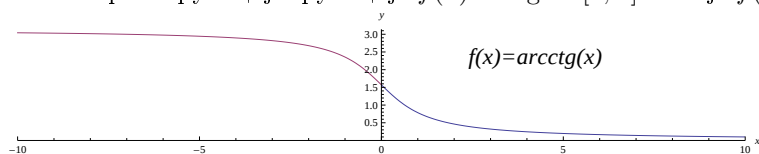
Важе једнакости:

$$\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x) = x \text{ за } x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \quad \text{и} \quad \operatorname{tg}(\operatorname{arctg} y) = y \text{ за } y \in \mathbb{R}$$

Својства:

- $D_F = \mathbb{R}$ .
- $\operatorname{arctg} x$  је непарна, тј. важи  $\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- $F(x) > 0$  за  $x > 0$ ,  $F(x) < 0$  за  $x < 0$ , а нула функције  $F$  је  $x = 0$ .
- $F$  је монотонно растућа.

Инверзна функција функције  $f(x) = \operatorname{ctg} x : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  је  $F(x) = \operatorname{arcctg} x : \mathbb{R} \rightarrow [0, \pi]$



Важе једнакости:

$$\operatorname{arcctg}(\operatorname{ctg} x) = x \text{ за } x \in [0, \pi] \quad \text{и} \quad \operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg} y) = y \text{ за } y \in \mathbb{R}$$

Својства:

- $D_F = \mathbb{R}$ .
- $\operatorname{arcctg} x$  није ни парна ни непарна, већ важи  $\operatorname{arcctg}(-x) = -\operatorname{arcctg}(x) + \pi$ .
- $F(x) > 0$  за свако  $x \in \mathbb{R}$  и нема нуле.
- $F$  је монотонно опадајућа.